22.1.2.1. Az ideális gáz nyomása

A kinetikus modell segítségével meghatározható a V térfogatú, a, b, c élhosszúságú, tégla alakú edénybe zárt ideális gáz nyomása! A nyomás azért keletkezik, mert a gáz molekulái az edény falával rendszertelenül ütköznek. Az ütközések következtében fellépő erőhatás meghatározására foglalkozzunk először egyetlen molekulával.

Válasszunk ki egy molekulát, amelynek sebessége az edény éleihez rögzített koordináta-rendszerben v_x, v_y, v_z! Ütközzön ez a molekula az edény x tengelyre merőleges, bc felületű lapjába! Mivel az edény fala sima, és az ütközés tökéletesen rugalmas, a molekula v_x sebessége az ütközés következtében ellentétesre változik, míg v_y és v_z értéke változatlan marad. Így az edény falának átadott impulzus:

$$\Delta I_x^{(1)} = 2mv_1. \tag{22.5}$$

A v_x sebességű részecske a két, bc területű fal közötti távolságot $\tau = \frac{a}{v_x}$ idő alatt teszi meg, azaz Δt idő alatt az egyik fallal $\frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\tau}$-szor ütközik, tehát összesen

$$\Delta I_x = \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\tau}\Delta I_x^{(1)} = \frac{1}{2}\frac{v_x \Delta t}{a} 2mv_x \tag{22.6}$$

impulzust ad át a falnak, azaz átlagosan

$$F_x^{(1)} = \frac{\Delta I_x^{(1)}}{\Delta t} = \frac{mv_x^2}{a} \tag{22.7}$$

erőt fejt ki. Hasonló módon számítható ki a többi molekula által kifejtett erő is, így a bc területű falra ható átlagos erő az

$$F_x = \sum_{i=1}^{N} F_x^{(i)} = \frac{m}{a}\sum_{i=1}^{N} v_x^{(i)2} \tag{22.8}$$

összefüggéssel fejezhető ki. Ez az összefüggés a sebességnégyzetek átlagértékére vonatkozó

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_x^{(i)2} \tag{22.9}$$

definíció felhasználásával az

$$F_x = N\frac{m\overline{v_x^2}}{a} \tag{22.10}$$

alakra hozható, amiből a bc területű lapra ható nyomásra

$$p = N\frac{m\overline{v_x^2}}{abc} = N\frac{m\overline{v_x^2}}{V} \tag{22.11}$$

adódik.

A fenti gondolatmenettel az ac és ab lapokra ható nyomás is meghatározható, és eredményül rendre

$$p = N\frac{m\overline{v_y^2}}{abc} = N\frac{m\overline{v_y^2}}{V} \tag{22.12}$$

és

$$p = N\frac{m\overline{v_z^2}}{abc} = N\frac{m\overline{v_z^2}}{V} \tag{22.13}$$

adódik. Természetesen a nyomásnak az edény mindhárom lapján azonosnak kell lenni, így a nyomásra kapott három összefüggés egybevetéséből azt kapjuk, hogy

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}, \tag{22.14}$$

azaz a sebesség-összetevők négyzetének átlaga egyenlő egymással. Mivel a sebesség abszolút értékének négyzete

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}, \tag{22.15}$$

így

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}, \tag{22.16}$$

vagyis a nyomásra kapott összefüggéseket a

$$p = \frac{1}{3}N\frac{m\overline{v^2}}{V} \tag{22.17}$$

formában is felírhatjuk. Az utóbbi formulát átrendezve azt kapjuk, hogy

$$pV = \frac{1}{3}Nm\overline{v^2}. \tag{22.18}$$