

1. Egyenletes mozgás

Alapfeladatok:

1. Egy hajó 18 km-t halad északra 36 km/h állandó sebességgel, majd 24 km-t nyugatra 54 km/h állandó sebességgel. Mekkora az elmozdulás, a megtett út, és az egész útra számított átlagsebesség? (30km, 42km, 44,47km/h)
2. A 72km/h sebességgel mozgó személykocsi 700m-re van az 54km/h sebességgel mozgó teherkocsitól. A járművek egymás felé haladnak. Mikor és hol találkoznak. Oldjuk meg a feladatot grafikusan is! Készítsük el a járművek hely – idő grafikonját! (20s múlva, az autó kezdeti helyétől 400m-re)
3. Egy csónakos a partra merőlegesen evez a vízhez viszonyított 7,2 km/h sebességgel. A folyó sodra a csónakot 150m távolságon sodorja lefelé. A folyó szélessége 500m. Mekkora sebességgel folyik a víz és mennyi ideig tart a folyón való átkelés? (0,6m/s, 4min 10s)
4. A folyó partján egymástól 60km távolságra lévő két város között hajó közlekedik. A folyó sodrának irányában 2 óra, az áramlással szemben 3 óra a menetidő. Határozzuk meg a folyó vízének a sebességét és a hajónak vízhez viszonyított sebességét! Mekkora a hajó átlagsebessége az oda-vissza útszakaszon? (5 km/h, 25 km/h, 24 km/h)
5. Egy autó útjának első felét 40 km/h átlagsebességgel tette meg. Mekkora volt az átlagsebessége a maradt útszakaszon, ha az egész útra számított átlagsebessége 48 km/h volt? (60 km/h).
6. Ismerősünknek délelőtt 11 órára meg kell érkeznie a tőlünk harminc kilométerre levő városba.
 - a. számold ki , hogy mikor kellene indulnia, ha végig a megengedett 90km/h nagyságú sebességgel haladhatna?
 - b. valami halaszthatatlannak tűnő dolog miatt a számolt időpontnál csak hét perccel később indulhat el. Mekkora sebességgel kellene végigszágulnia az egész utat, hogy mégis időben érkezzen.
 - c. számold ki a pontos megérkezéshez szükséges indulási időpontokat úgy is, hogy figyelembe veszed, hogy a 30km-ből mindkét városban 3-3 kilométert kell megtennie. Lakott területen csak 50km/h a megengedett sebesség. Így mekkora az átlagsebessége? (10.40-kor kell indulnia, 138km/h, 10.37 óra, 77,52km/h)
7. A kisegér 2 méterre, a macska vele egyező irányban 5 méterre van az egérlyuktól amikor észreveszik egymást. Mindketten azonnal rohanni kezdenek a lyuk felé. A macska 10m/s, az egér 4m/s nagyságú sebességgel. Megmenekül-e a kisegér? (éppen egyszerre érnek az egérlyukhoz...)

Nehezebb feladatok:

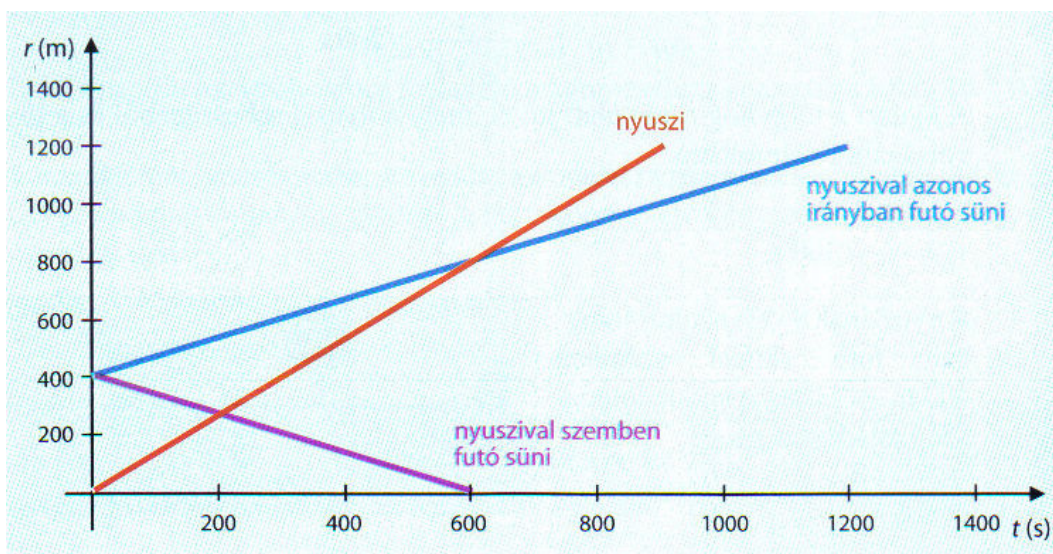
8. Két kerékpáros egymással szembe halad. Az egyik sebessége 27 km/h a másik kerékpáros sebessége 13 km/h. Egyszerre indulnak az egymástól 40 km-re elhelyezkedő helységekből. Indulásuk pillanatában az egyik kerékpáros orráról elindul

egy légy a másik kerékpáros felé, majd amikor eléri, azonnal megfordul. Ez így zajlik mindaddig, míg a két kerékpáros nem találkozik. Mennyi utat repült összesen a légy, ha sebessége 40 km/h? (40km)

9. Egy erdei ösvény egy forrást és egy tőle 1,2 km távolságra lévő barlangot köt össze. A kettő között, a forráshoz közelebbi harmadolópontban van egy nagy tölgyfa, melynek tövében két süni ül. Egyszer csak egy villám csap a fába, mire a megrémült sünik egymással ellentétes irányban 40 m/min sebességgel kezdenek futni az ösvényen. Ugyanebben a pillanatban a forrástól egy nyuszi indul a barlang felé 4,8 km/h sebességgel.



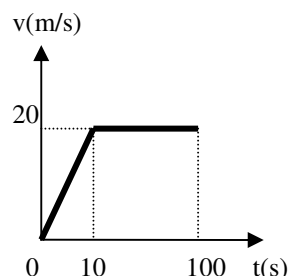
- a. A villámcsapástól számítva mikor találkozik a nyuszi a sünikkel, illetve mikor halad el a tölgyfa mellett? (a nyuszi a tölgyfa mellett 5 perc múlva haladt el, a vele szemben futó sünnel 3,33 perc múlva találkozott, és a vele azonos irányban futó süni mellett pedig 10 perc múlva haladt el)
- b. Készítsen elmozdulás-idő grafikont a sünik és a nyuszi mozgásáról a villámcsapás pillanatától addig, amíg a sünik az ösvény végére érkeznek!



10. Egy kerékpáros állandó sebességgel közeledik egy falhoz, arra merőleges irányban. Fütttyent egyet, s mire a visszhangot észleli, távolsága a faltól 2%-al csökkent. Mekkora a kerékpáros sebessége, ha a hangé 340m/s? (3,43m/s)

2. Egyenletesen változó mozgás

Alapfeladatok



1. Az mellékelt grafikon egy mozgásról készült. Jellemezzétek a mozgást és találjatok ki egy valóságos történetet ilyen mozgásra. Mekkora utat tesz meg a jármű összesen 100s alatt? Mekkora volt a gyorsulása és átlagsebessége? (1,9 km, 2 m/s^2 , 19 m/s)
2. Egy versenyautó álló helyzetből 7,4 másodperc alatt gyorsított fel 108km/h sebességre. Mekkora utat tett meg eközben, mekkora a gyorsulás? A mozgás egyenletesen változó. (111m, 4 m/s^2)
3. Az alábbi táblázat adatai egy nyugalomból induló autó mozgására vonatkoznak. Az első sorban a mért időtartamokat jegyeztük, a második sorban a megtett utakat. Az időmérést minden esetben az autó indulásakor kezdtük. Egyenletesen változó-e az autó mozgása? Indoklás! (nem)

$t \text{ (s)}$	10	15	25
$s \text{ (m)}$	150	225	375

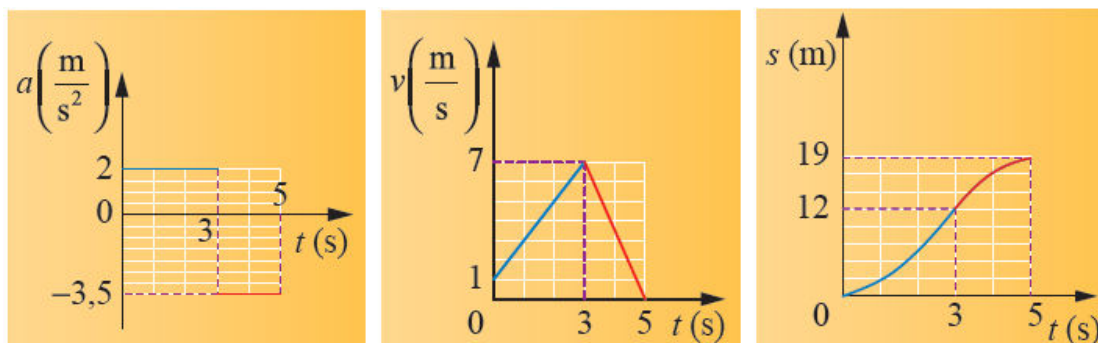
4. Egy 68,4 km/h sebességgel haladó személyautó vezetője a „padlóg” nyomja a fékpedált a megállásig. Mekkora az autó lassulása, ha a féknyom 40m. Mennyi idő alatt állt meg? Feltételezzük, hogy a fékezés állandó lassulással blokkolt kerekekkel történt. ($4,51 \text{ m/s}^2$, 4,21s)
5. Mennyivel lépte túl egy gépkocsi a megengedett 80 km/h sebességet, ha a féknyom 50m, a lassulása fékezés közben 4 m/s^2 ? Mennyi ideig tartott a fékezés? (nem lépte túl, 5s)
6. A Concorde repülőgép felszállási sebessége a levegőhöz viszonyítva 360km/h. Mekkora átlagos gyorsulással mozog a kifutópályán, ha tudjuk, hogy 2km táv után képes a földről felemelkedni? Mennyi ideig tart a gyorsítás?
7. Egy villamos 54km/h sebességgel halad. Egy adott pillanatban fékezni kezd $1,5 \text{ m/s}^2$ lassulással. Mennyi idő után áll meg a villamos a fékezés pillanatától számolva és mekkora utat tesz meg a megállásig? Mennyi idő alatt teszi meg az utolsó 48 m -t ? (10s; 75m; 8s)
8. Mekkora követési távolságot javasolna egy autóvezetőnek autópályán 130km/h sebesség esetén, ha a gépkocsivezető átlagos reakcióideje 1s. A lassulás értékét fékezéskor vegyük 4 m/s^2 – nek! (legkevesebb 200m, ha a legveszélyesebb esetet vesszük figyelembe, amikor az előtte haladó autó hirtelen megáll).
9. Egy egyenletesen gyorsuló test sebessége 3 másodperc alatt megkétszereződött. Közben 10 méter utat tett meg.
 - a. mekkora az átlagsebessége? (3,33m/s)
 - b. mekkora a kezdeti és végsebessége (2,22m/s, 4,44m/s)



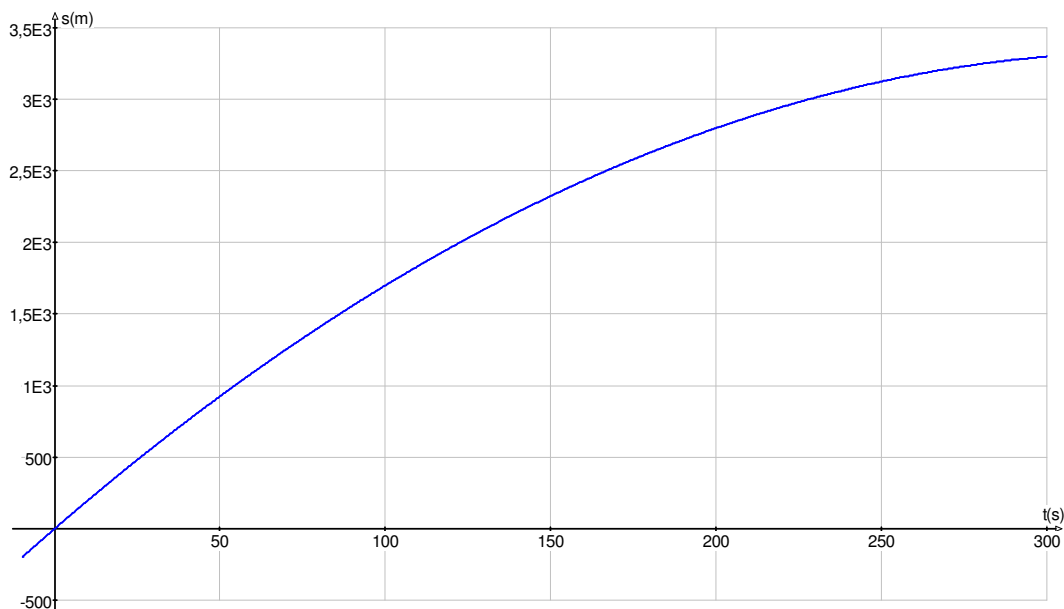
c. mekkora gyorsulással mozgott? ($0,74\text{m/s}^2$)

10. Egy repülőgép a felszállás előtt 12s-on keresztül gyorsít, mialatt 600m utat fut be. Mennyi utat tett meg a repülő a felemelkedés előtti utolsó másodpercben? ($95,83\text{m}$)

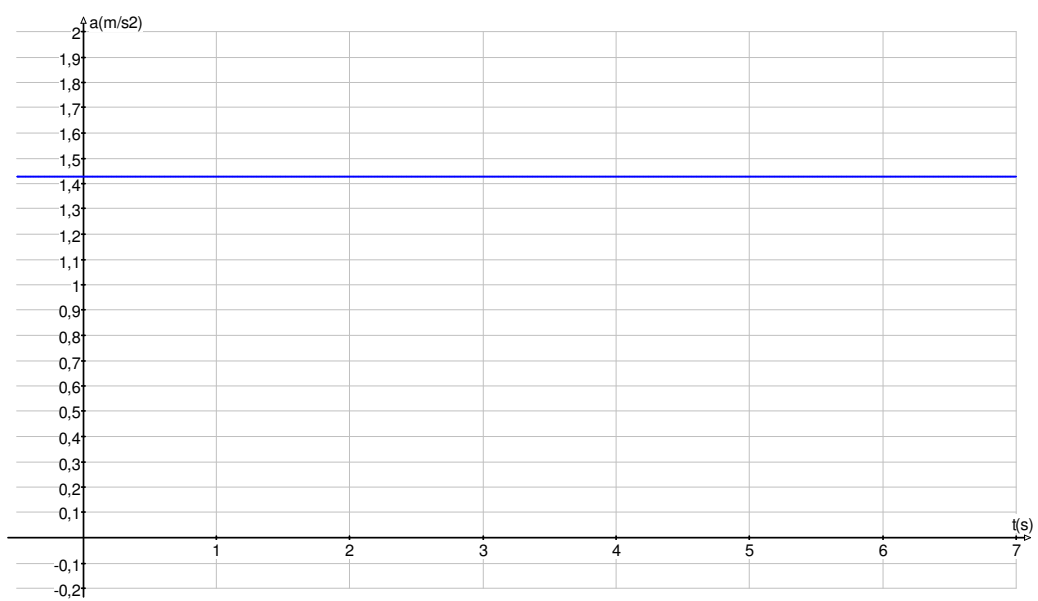
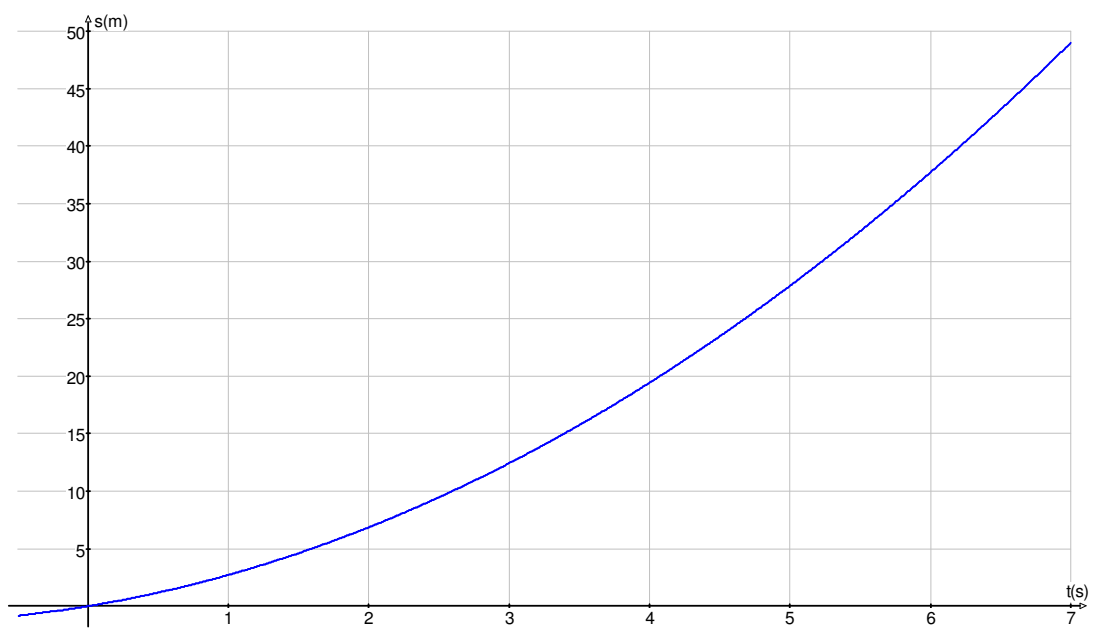
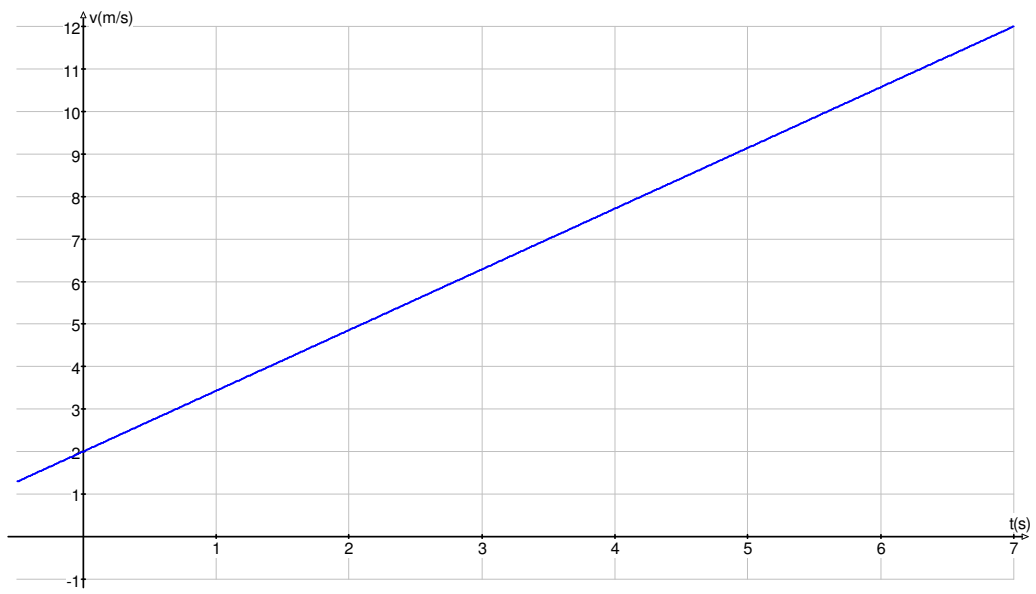
11. Egy gyerek kerékpárjára felugorva, 1m/s kezdősebességgel indul, majd 2m/s^2 nagyságú gyorsulással eléri a 7m/s nagyságú sebességet. Ezután hirtelen fékeznie kell, és 2 másodperc alatt sikerül megállnia. Ábrázold a gyorsulását, sebességét és megtett útját az idő függvényében.



12. Egyenes mentén egyenletesen lassuló mozgást végző test $20\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességről $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ -ra lassul 5 perc alatt. Mekkora a gyorsulása és mekkora utat tesz meg eközben? Add meg a mozgás út–idő grafikonját! ($-0,06\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $3,3\text{km}$)



13. Egy egyenletesen gyorsuló mozgást végző kocsi $2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdeti sebességről $12\frac{\text{m}}{\text{s}}$ -ra gyorsul fel. Közben 49 méter utat fut be. Mennyi ideig tart ez a folyamat? Mekkora a gyorsulása? Add meg a mozgás út–idő, sebesség–idő és gyorsulás–idő grafikonját! (7s , $1,43\text{m/s}^2$)



Nehezebb feladatok:

14. Egy személyautó 72km/h sebességgel halad az országúton egy kellemes, békés erdei tájon, amikor hirtelen az autó előtt 65m-re a vezető megpillantja az úttesten heverő megsérült szarvast. Figyelembe véve, hogy egy ember átlagos reakcióideje 0,5s és hogy az autó maximálisan 4m/s^2 lassulással tud egyenletesen fékezni elkerülhető-e az ütközés?(igen, éppen hogy! animáció:
<http://www.schulphysik.de/java/physlet/applets/hirsch.html>)
15. Egy egyenletesen fékező autó fékútjának első felét 10s alatt teszi meg. Mennyi idő alatt teszi meg a második felet? (24,14s)
16. Egyenletesen lassuló autó sebessége 100 méteres úton az eredeti érték negyedére csökken. Mekkora utat tesz meg még a megállásig, ha továbbra is ugyanúgy lassul? (6,67m)

3. Egyenletes Körmozgás

Alapfeladatok

1. Két pontszerű test azonos periódusidővel, különböző sugarú körpályákon egyenletesen mozog. Hasonlítsd össze a testek szögsebességét, kerületi sebességét, centripetális gyorsulását.
2. Két pontszerű test azonos kerületi sebességgel, különböző sugarú körpályákon egyenletesen mozog. Hasonlítsd össze a testek szögsebességét, fordulatszámát, centripetális gyorsulását.
3. Döntsd el a következő állításokról, hogy igaz-e vagy hamis. Javítsd ki a hamis állításokat úgy, hogy igaz legyen!
 - a) egyenletes körmozgást végző testnek nincs sugárirányú gyorsulása.
 - b) egyenletesen forgó köszörűkő minden pontjának azonos a kerületi sebessége.
 - c) egyenletes körmozgást végző test érintőirányú gyorsulása állandó.
 - d) egyenletesen forgó köszörűkő minden pontjának azonos a centripetális gyorsulása.
4. Egy vasúti kocsí 54 km/h állandó sebességgel halad. Tudva, hogy a kerekek percenként 200 fordulatot tesznek meg, határozzátok meg:
 - a) a kerekek szögsebességét, átmérőjét, keringési idejét. ($21\frac{1}{s}$, 1,43m, 0,3s)
 - b) mekkora a kerekek szögelfordulása radiánban 45 másodperc alatt, hány fordulatot tesznek meg a kerekek 15 perc alatt? (945 rad, 3000 fordulat)
5. Egy lemezjátszó korongja óránként 1980 fordulatot tesz meg. A korong peremén lévő pontok centripetális gyorsulása $1,8 \text{ m/s}^2$. Határozzátok meg: a korong átmérőjét, a korong kerületi sebességét, a korong keringési idejét. Mekkora a kerületi sebessége azoknak a pontoknak melyek a korong középpontjától 5cm-re találhatók? (0,3m, 0,52m/s, 2s, 0,17m/s)
6. Egy falióra másodpercmutatójának hegyén egy pók pihen. A mutató hossza 20cm. Mekkora a pók kerületi sebessége, centripetális gyorsulása? Mekkora hosszúságú ívet fut be a pók 2 perc alatt? Mekkora a másodpercmutató szögelfordulása fokban és radiánban 13 másodperc alatt. (2cm/s , $2,2 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s^2}$, 78° , 1,36 rad)
7. A játék mozdony 60cm sugarú körpályán állandó nagyságú sebességgel haladva egy kört 7 másodperc alatt tett meg. Mekkora volt a kerületi sebessége, szögsebessége, fordulatszáma? ($0,54\text{m/s}$, $0,9\frac{1}{s}$, $0,14\frac{1}{s}$)
8. Centrifuga dobjának átmérője 50cm. A centrifuga egyenletesen forog 600 1/min fordulatszámmal. Mekkora a dobhoz tapadó inggomb kerületi sebessége, centripetális gyorsulása? Mekkora a szögelfordulása egytized másodperc alatt az inggombnak, fokban és radiánban? ($15,7\text{m/s}$, 986m/s^2 , 6,28 rad, 3600)

9. Egy kerékpáros 25km/h állandó sebességgel kanyarodik. A kanyar negyed körívnek tekinthető, ívhossza 20 méter. Számítsd ki a körív sugarát, a kerékpáros szögsebességét, a gyorsulását ($12,73\text{m}$, $0,546\text{rad/s}$, $3,79\text{m/s}^2$)
10. Európa legnagyobb óriáskereke a London Eye. Keresd meg az interneten az adatait! Számold ki a fordulatszámát, szögsebességét és egy fülkéjének kerületi sebességét és centripetális gyorsulását! (átmérő 135m , sugár $67,5\text{m}$, két fordulat óránként, $3,5 \cdot 10^{-3}\text{rad/s}$, $0,26\text{m/s}$, $8,22 \cdot 10^{-4}\text{m/s}^2$)
11. Sarokcsiszoló (flex) lehetséges fordulatszáma percenként 11000. Ha a köszörűkő átmérője 115mm mekkora a kerületi sebessége km/h-ban? ($132,5\text{m/s}$, 477km/h !)



Nehezebb feladatok

12. Kör alakú salakpályán két sportoló indul egymás mellől két szomszédos sávban. Az egyik sáv (pálya) sugara 25m a másiké 27m . Hányszor haladnak el egymás mellett egy óra alatt, ha egyszerre indulnak és 20 km/h valamint 15 km/h állandó sebességekkel szaladnak.
13. Pontosan hány órákor tevődik egymásra egy mechanikus toronyóra nagy, valamint kis mutatója 12 óra után először? ($1\text{h } 5\text{min } 28\text{s}$)
14. 20m sugarú, vízszintes síkban $0,1\text{ 1/s}$ szögsebességgel forgó korong közepéből célba löv egy lövész a kerületen lévő céltáblára. Hány centiméterrel kell mellécéloznia, ha a lövedék sebessége 100m/s ? (kb. 40cm)
15. Egy küllős kerék küllői egyenletesen helyezkednek el. Számuk összesen 12. A kereket forgása közben lefényképezzük. Az expozíciós idő $0,04\text{s}$. A film előhívása után azt vesszük észre, hogy minden küllő képe egy olyan körcikk, mely fele a küllők közötti cikknek. Mekkora a kerék szögsebessége? ($6,54 \frac{1}{\text{s}}$)
16. Egy traktor első kerekeinek átmérője $0,8\text{m}$, a hátsó kerekeké $1,6\text{m}$. A traktor egyenletesen halad 18 km/h sebességgel, a kerekek nem csúsznak meg a talajon. Mekkora az egyes kerekek fordulatszáma? Feltételezzük, hogy egy első és egy hátsó gumibroncson egy-egy festékfolt található és hogy egy adott pillanatban mindkét abroncson a foltok egyszerre érik el a földet. Mekkora időközönként érkeznek a foltok ismét egyszerre a talajra? ($12,5 \frac{1}{\text{s}}$, $6,25 \frac{1}{\text{s}}$, kb. 1s)

4. Szabadesés, hajítások

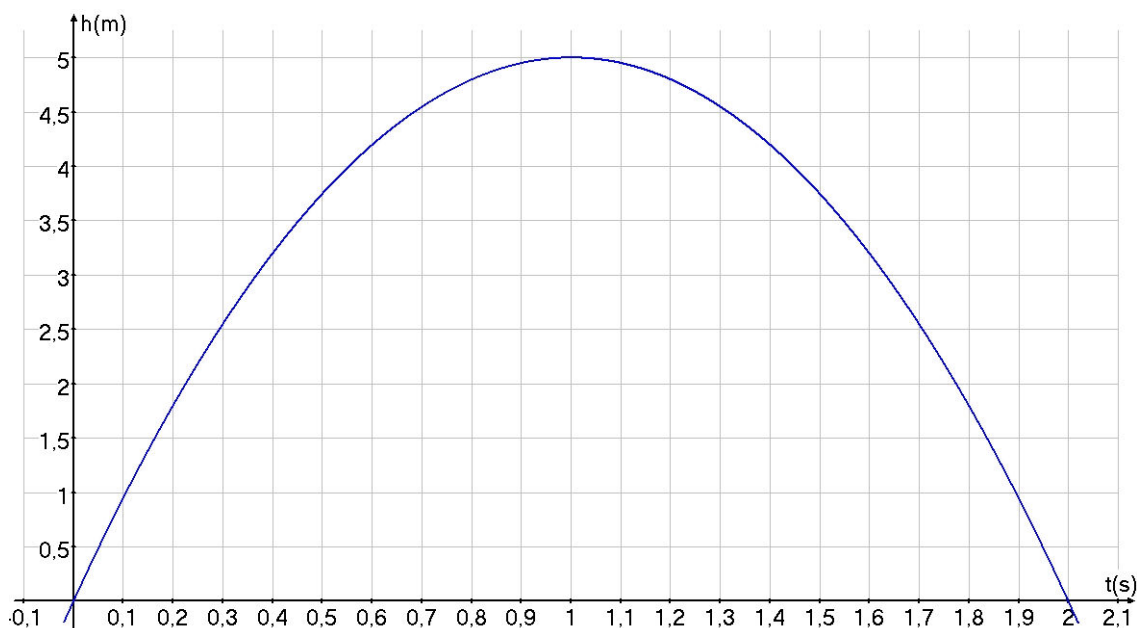
Alapfeladatok:

1. Egy baleset-megelőzési weboldalon a következőket olvashatjuk: „Egy 50 km/h-nál bekövetkező ütközés esetén egy átlagos felnőtt tömege közel 1,5 tonna, a szélvédőnek csapódás olyan, mint ha leugrottunk volna a harmadik emeletről”. Ellenőrizzük fizikai szempontból az állítás valóság tartalmát a magasságra vonatkozóan! (Útmutató: számítsuk ki mekkora sebességgel érkezik a talajra a harmadik emeletről kiejtett test!)
2. Egy tárgyat függőlegesen lefelé dobunk 15m/s sebességgel 25m magasból. Mekkora sebességgel csapódik a földre, mennyi idő alatt érkezik a földre, mennyi idő alatt teszi meg az utolsó 10 métert? (26,9 m/s; 1,19m/s; 0,4s)
3. Egy követ függőlegesen felfelé dobunk 15 m/s sebességgel. Milyen magasra jutott, mennyi ideig emelkedett, mennyi idő alatt tette meg az utolsó 5 métert felfelé? Ábrázoljátok a kő sebességét az idő függvényében. (11,25m, 1,5s, 1s)

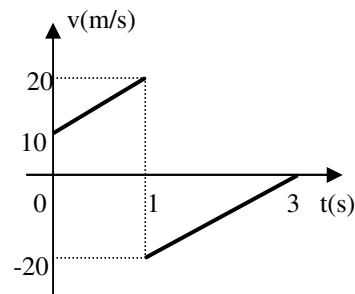


4. Kútba követ dobunk 54 km/h kezdősebességgel. Milyen mély a kút, ha a vízcsobbanást 1,5s múlva halljuk. Mekkora a kő sebessége vízbe esés előtt 0,5s-el? A hang terjedési idejét elhanyagoljuk. (33,75m, 25m/s).

5. Egy követ 10 m/s sebességgel függőlegesen felfelé hajítunk. Milyen magasra ér a kő és mennyi ideig van a kő a levegőben. Mekkora sebességgel csapódik a kő a földre? Készítsük el a kő magasság – idő grafikonját! (5m, 2s, 10m/s).



6. Kútba követ dobunk 54 km/h kezdősebességgel. Milyen mély a kút, ha a vízcsobbanást 1,5s múlva halljuk. Mekkora a kő sebessége vízbe esés előtt 0,5s-el? A hang terjedési idejét elhanyagoljuk. (33,75m, 25m/s).
7. Az ábra egy érdekes mozgássorozat sebesség-idő grafikonját ábrázolja. Találjatok ki egy történetet, mely megfelel az ábrának. A történetet támasszátok alá rövid számításokkal is.



Nehezebb feladatok

8. 80 m magasból szabadon esik egy kisméretű test. A test elejtésétől számított 2 másodperc múlva a talajról függőlegesen fölfelé indítunk egy másik, hasonlóan kisméretű testet 40 m/s kezdősebességgel. A második test pályája az első test pályájához közel esik.
- Mennyi idő alatt és mekkora sebességgel éri el a talajt az első test? (4s, 40 m/s)
 - Milyen magasra emelkedik a második test? (80m)
 - Az első test indításától számítva mikor haladnak el a testek egymás mellett? (első test indítása után 3s)
 - Ábrázolja közös koordináta-rendszerben a két test elmozdulás-idő grafikonját az első test ejtésétől kezdve addig, amíg a második test eléri a maximális magasságát!





9. Egy test szabadon esik 20 m magasból. Ugyanabban a pillanatban felfelé löknek egy második testet a földről. Mekkora sebességgel lökték meg a második testet, ha 8m magasban találkoztak? (14m/s)
10. Határozzuk meg azt a h magasságot, ahonnan egy test szabadon esik és a mozgás T idejét, ha tudjuk, hogy az esés utolsó másodpercében a teljes magasság 0,19-ed részét teszi meg. (T=10s, h=490m)
11. Valamely bolygón két test H=225m magasról esik egymás után. A második test abban a pillanatban kezd esni, amikor az első h=16m utat megtett. Határozzuk meg a két test közötti távolságot abban a pillanatban, amikor az első test a bolygó felületére ér. (104m)
12. Két testet ugyanazzal a $v_0=20\text{m/s}$ kezdősebességgel hajítunk függőlegesen felfelé $t_0=2\text{s}$ időkülönbséggel egyiket a másik után. Mennyi idő múlva lesznek egyforma magasságban? (3s)
13. Két testet függőlegesen felfelé hajítunk ugyanazzal a $v_0=4,9\text{ m/s}$ kezdősebességgel t_0 időközzel egyiket a másik után. Határozzuk meg ezt az időközt úgy, hogy a két test az általuk elért maximális magasság 0,36-od részénél találkozzon. ($g = 9,8\text{ m/s}^2$) (0,8s)

A példamegoldásoknál minden esetben a következő alapösszefüggésekből kell kiindulni!

- egyenletes mozgás : $s = v \cdot t$

- egyenletesen változó mozgás:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 = v_{\text{átlag}} \cdot t = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$$

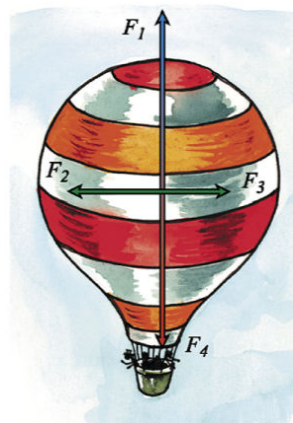
$$v = v_0 + a \cdot t ; a = \frac{\Delta v}{t}$$

- szabadesés, függőleges hajításnál: $a = \pm g$. $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

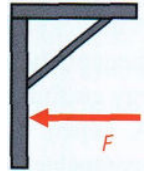
5. Newton törvények, Mechanikai erő fajták

Alapfeladatok

1. Egy játék pisztoly rugója 2N átlagos erővel 0,2s ideig gyorsítja a 10g-os töltényt kilövéskor. Mekkora sebességgel hagyja el a golyó a játék pisztoly csövét? (40m/s)
2. Mekkora erő szükséges egy 1,5 tonnás személyautó felgyorsításához nyugalomból 100km/h sebességre, ha a gyorsítás időtartama 8s? Mekkora úton történik a gyorsítás? (5,2kN, 111,11m)
3. Egy teljesen sima vízszintes felületű asztalon 10dkg-os radírgumi nyugszik. Egyszer csak egy időben egymásra merőleges irányból 0,12N valamint 0,16N nagyságú erők kezdik húzni a gumit. Milyen irányba és mekkora gyorsulással indul a radírgumi. A feladatot oldd meg méretarányos szerkesztéssel és számítással is! (eredő erő 0,2N, gyorsulás 2m/s^2 az eredő erő irányába)
4. Az ábrán látható hőlégballonra a következő erők hatnak: $F_1=5000\text{N}$, $F_2=1500\text{N}$, $F_3=1000\text{N}$, $F_4=4500\text{N}$. Mekkora az eredő erő nagysága és iránya? Mekkora a hőlégballon gyorsulása, ha tömege 500kg? (az eredő erő balra felfelé mutat 45° -ban, nagysága 707,1N, a gyorsulás $1,41\text{m/s}^2$).
5. Mekkora gyorsulással és merre indul az a lift, amelyben a benne álló, 60kg tömegű lány súlya 450N? ($2,5\text{m/s}^2$ lefelé)
6. A Boeing-747-es légibusz 400-as típusjelzésű változata $260\frac{\text{km}}{\text{h}}$ nagyságú leszállási sebességéről 2110m-es távolságon képes lefékezni.
 - a. Ha feltételezzük, hogy a gép gyorsulása állandó, mennyi ideig tart a megállása? (58,43s).
 - b. Mekkora erőt fejt ki a 70kg tömegű utasra az őt üléshez szorító biztonsági öv a fékezés közben? (86,52N)
7. Emelődaru kábele 100kN terhelést bír el.
 - a. hány tonna tömeget emelhetünk fel 2m/s^2 gyorsulással, a kábel elszakadása nélkül? (8,33 tonna)
 - b. mekkora erő feszíti a kötelet, ha egy 1200 kg-os betonlapot 5m/s^2 gyorsulással engedünk lefelé? (6kN)
8. Egy rugó állandója 5N/m, megnyúlás nélküli hossza 20cm. Milyen hosszú lesz a rugó, ha egy 200g-os súlyt akasztanak rá? (60cm)
9. Egy rugóra akasztott test a rugót a Földön 30cm-rel nyújtja meg. Mekkora lenne ennek a rugónak a hosszváltozása ugyanazon test hatására a Holdon? (kb. 5cm)

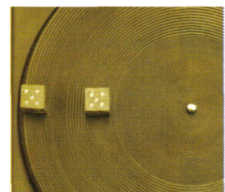


10. Vízszintes padlón 350kg-os ruhásszekrény nyugszik. A tapadási tényező a szekrény és padló között 0,4. Mekkora vízszintes irányú erővel tudja megcsúsztatni Pisti a szekrényt? Mekkora gyorsulással indul a szekrény, ha a csúszási tényező 0,25 és Pisti 1500N erővel tolja a szekrényt? ($F > 1400\text{N}$, $a = 1,79\text{m/s}^2$)
11. Péterék most rendezik be új lakásukat. A könyvespolc felfüggesztési pontjainak megjelölése céljából Péter vízszintes irányú erővel a falhoz szorítja a 2kg tömegű polcot. Azt tapasztalja, hogy ha 100N nagyságú erőt fejt ki, akkor a polc már éppen nem csúszik meg lefelé. Legalább mekkora a polc és a fal felülete között fellépő kölcsönhatásra jellemző nyugalmi súrlódási (tapadási) együttható értéke? (0,2)
12. Egy 200 g-os fahasáb vízszintes felületen fekszik. A tapadási együttható 0,4 a csúszó súrlódási tényező pedig 0,1. A fahasábhoz rugót rögzítünk, melynek megnyúlás nélküli hossza 5cm, a rugóállandó 35N/m. A rugó szabad végét elkezdjük óvatosan, lassan vízszintes irányba húzni, egyre nagyobb erővel, míg a hasáb megindul és sebessége másodpercenként 4m/s - mal fog egyenletesen növekedni. Mekkora a rugó hossza abban a pillanatban, amikor a hasáb elindul? Mekkora a rugó hossza a hasáb egyenletes gyorsítása közben? (7,28cm, 7,85cm)
13. Egy autó végsebessége vízszintes pályán 180km/h. Az autó kissé áramvonalas ($c=0,4$), homlokfelülete 3m^2 . A levegő sűrűsége $1,2\text{kg/m}^3$. Feltételezzük, hogy szélcsend van. Mekkora végsebesség esetén a motor húzóereje? Ha az autó tömege 950kg legalább mekkora legyen az aszfalt és a gumik között a tapadási tényező, hogy ekkora húzóerő esetén a kerekek ne csússzanak meg az aszfalton? A közegellenálláson kívül mindenféle fékező hatást hanyagoljunk el! (1800N, 0,19)
14. Centrifuga dobjának fordulatszáma percenként 800, átmérője 60cm. Mekkora erővel nyomja a 20g-os ruhadarab a dob belső falát forgás közben? Hányszor nagyobb ez az erő a zokni súlyánál? (42N, 210-szer!)
15. Kicsúszik-e a kanyarban a 100km/h sebességgel haladó 900kg-os autó, ha a kanyar görbületi sugara 200m, a tapadási tényező a gumik és aszfalt között 0,3? ($F_{s0}=2700\text{N}$, $F_{cp}=3472,2\text{N}$, mivel $F_{s0} < F_{cp} \Rightarrow$ kicsúszik)
16. Péter a Hurrikán nevű hullámvasúton ül. A pálya egy pontján a kocsik az utasokkal együtt egy függőleges síkú teljes kört tesznek meg. Péter gyorsulása a kör legfelső pontján 15m/s^2 , a legalsó pontján 20m/s^2 . Mekkora a nyomóerő a legfelső és legalsó pontban, ha Péter kocsija 1000kg tömegű? (5kN, 30kN)



Nehezebb feladatok

17. Egy hagyományos lemezjátszó korongjára helyezünk két dobókockát. Az egyiket a lemez középpontjától 10 cm-re, a másikat 15 cm-re. A fordulatszám-kapcsolót a 45-ös állásba kapcsoljuk. (Ez azt jelenti, hogy a lemez percenként 45 fordulatot tesz meg.)
- a. Mekkora a 15 cm-re elhelyezett kocka útja és elmozdulása közötti különbség $\frac{1}{3}s$ alatt? (23,5mm)
- b. Melyik kocka kerületi sebessége nagyobb, és hány százalékkal? (50%-kal)



c. Mekkora az egyes kockákra ható centripetális erő, ha tömegük 3g? (6,67mN, 10mN))

18. Egy 30cm hosszúságú fonalra egy 10kg-os ólomdarabot rögzítünk. Legalább mekkora fordulatszám szükséges ahhoz, hogy az ólomdarabot függőleges síkban körbe pörgetve a fonál sehol sem lazuljon meg? (0,91 1/s)

19. Vízszintes síkban kialakított, kanyargós vonalvezetésű pályán teszteli Forma-1-es autójának új gumiabroncskészletét egy versenyző. Azt tapasztalja, hogy a 80 m sugarú körívet képező kanyarban legfeljebb $100 \frac{km}{h}$ nagyságú sebességgel haladhat a megcsúszás veszélye nélkül.

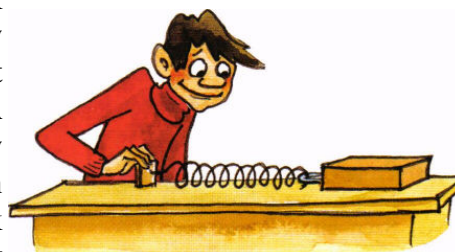


a. Maximálisan mekkora sebességgel hajthat be a pilóta a következő, 160 m görbületi sugarú kanyarba? (141,4km/h)

b. Mekkora a gumiabroncsok és az útburkolat között fellépő kölcsönhatásra jellemző tapadási (nyugalmi súrlódási) együttható? (0,96) (Tegyük fel, hogy a kanyarban az autó sebességének nagysága mindvégig állandó, továbbá a pálya aszfaltburkolata mindenütt azonos minőségű.)

20. Mekkora gyorsulással mozog az a tehergépkocsi, amelynek a függőleges szélvédő üvegére került gyufaskatulya éppen nem csúszik le, ha a súrlódási együttható az üveg és gyufaskatulya között μ ? A közegellenállási erőket hagyjuk figyelmen kívül. ($a=g/\mu$)

21. Egy iskolai laboratóriumi gyakorlaton a mérőpárok azt a feladatot kapták, hogy határozzák meg egy téglatest alakú fahasáb és a tanulói asztal lapja között fellépő csúszási súrlódási együttható értékét. A méréshez a fahasábon kívül mindössze egy ismeretlen rugóállandójú, deformálatlan állapotában 8cm hosszúságú rugót, és egy vonalzót használhattak fel. Laci és Ákos együtt dolgozott: először felfüggesztették a hasábot a rugóra, megvárták, míg nyugalomba kerül, és lemérték, hogy a rugó hossza ekkor 10 cm-re növekedett. Ezután a vízszintes asztallapra fektetett fahasábot Laci az asztallappal párhuzamosan tartott rugó segítségével egyenletesen vontatta Ákos pedig a rugó mellé illesztett vonalzóról leolvasta, hogy a rugó a mozgítás közben 8,4 cm-es hosszúságot vett fel. A két mérés alapján Laci és Ákos már meg tudta határozni a keresett súrlódási együttható értékét.



a. Hogyan számoltak? Milyen eredményt kaptak? (0,2)

b. Egy másik mérőpár ugyanolyan anyagból készült fahasábot kapott, de a téglatest minden oldaléle kétszer olyan hosszú volt, mint a Laciék által használt téglatesté. Milyen eredményeket kaptak a rugóhosszakra és a súrlódási együtthatóra, ha ugyanazt a mérési eljárást követték, mint Laciék? (rugóhossz felfüggesztéskor: 24cm, súrlódási együttható 0,2, rugóhossz vontatás közben: 11,2 cm)

22. Egy 50cm sugarú vékony falú gömb belsejében egy kisméretű golyó található. A gömb függőleges átmérője körül egyenletesen forog másodpercenkénti egyes fordulatszámmal. A gömbhöz képest a kis golyó hol van viszonylagos egyensúlyban forgás közben? Mekkora a kis golyóhoz képzelt vezérsugár és a függőleges közötti szög? (60°)

6. Erőhatások a lejtőn

Alapfeladatok

23. Egy 16kg-os telt sörös rekesz egy 5m hosszú és 2,5m magas lejtőn éppen nyugalomban van. Készíts méretarányos rajzot az erővektorokról és nevezd meg a rekeszre ható erővektorokat. Add meg ezen erők nagyságát!
24. Egy ember maximálisan 500N erőt képes kifejteni. Milyen hosszú legyen az a deszkalap melyen az ember fel tud görgöztetni egy 120kg tömegű hordót egy 1,5m magas teherautóra? (3,53m)
25. Egy kötel 15kN húzóerőt képes kifejteni anélkül, hogy fennállna az elszakadás veszélye. Fel lehet-e biztonságosan vontatni ezzel a kötéllal egy 10 tonnás megrakott kocsit olyan lejtőn mely 12m hosszú és 2m magas. A súrlódást hanyagoljuk el. (nem)
26. 100m hosszú 10m magas vagy 40m hosszú 4m magas lejtőn érkezik le hamarabb egy tárgy? Melyik esetben nagyobb leérkezésnél az elért sebesség? Végezzünk numerikus számításokat is! Feltételezzük, hogy a súrlódás mindkét esetben elhanyagolható. (a gyorsulás azonos, a hosszabb lejtőn hosszabb idő és nagyobb sebesség)

Nehezebb feladatok

27. Egy 30 cm hosszú fémlapra 100g tömegű fahasábot helyezünk. Mekkora magasra emelhetjük a deszkalap egyik végét úgy, hogy a fahasáb ne csússzon meg a fémlapon. A tapadási tényező 0,4. (11,1 cm)
28. Egy 15° -os lejtőn egy testet állandó sebességgel húzunk először felfelé, aztán lefelé, mindkét esetben lejtővel párhuzamos hatásvonalú erővel. A testet felfelé kétszer akkora erővel kell húzni, mint lefelé. Mekkora a súrlódási együttható? Mekkora hajlásszögűre kellene a lejtőt beállítani ahhoz, hogy a magára hagyott test egyenletesen csússzon rajta? (0,803, $38,76^\circ$)
29. Egy 10kg tömegű testet 30° -os hajlásszögű lejtőn 60N nagyságú a lejtővel párhuzamos irányú erővel lehet egyenletesen felhúzni. Milyen gyorsulással fog szabadon csúszni ez a test ezen a lejtőn, ha magára hagyjuk? (4m/s^2)
30. Egy 40kg tömegű zsákra kötelet kötünk és egy deszkán, mint egy lejtőn leengedjük a pincébe. A deszka a talajjal 30° -os szöget zár be. Mekkora erővel tartjuk a kötelet ahhoz, hogy a zsák egyenletesen csússzon, ha a lejtő és a zsák között a csúszási súrlódási együttható 0,2? (130,7N)

7. Lendület-változás, Lendület-megmaradás.

Alapfeladatok

1. Egy 10kg-os teniszlabda 15m/s sebességgel csapódik merőlegesen a teniszütőhöz és arról 10m/s sebességgel pattan vissza. A labda és az ütő közötti kölcsönhatás időtartamát feltételezzük 0,1s-nak. Mekkora átlagos erő jött létre a kölcsönhatás közben? (25N)
2. Egy 20 kg-os lövedék vízszintes irányba repül 72km/h sebességgel. Egy adott pillanatban két részre hasad. A 12kg-os darabja ugyanabba az irányba repül tovább 25m/s sebességgel. Merre és mekkora sebességgel repül tovább a második darab? (12,5 m/ s, ugyanabba az irányba)
3. Egy 20 kg-os lövedék vízszintes irányba repül 72km/h sebességgel. Egy adott pillanatban két részre hasad. A 7kg-os darabja ugyanabba az irányba repül tovább 65m/s sebességgel. Merre és mekkora sebességgel repül tovább a második darab? (-4,23 m/s, tehát ellenkező irányba repül)
4. A 60kg tömegű Tamás egy 120kg tömegű csónakban ülve $30 \frac{cm}{s}$ nagyságú sebességgel csorgott a tópart felé. Barátja, az 54kg tömegű Balázs a partról beugrott a vele szembejövő csónakba. Mekkora vízszintes irányú sebességgel röptől Balázs, ha:
 - a. A csónakba érkezését követően megálltak? (1m/s)
 - b. A csónakba érkezését követően továbbra is közeledtek a part felé, de már csak $4 \frac{cm}{s}$ nagyságú sebességgel? (0,83m/s)
5. Egy összenyomott rugó 2kg és 3kg tömegű, eredetileg nyugvó kiskocsikat úgy lök szét, hogy azok 5s alatt 1m távolságra jutnak egymástól. A rugó tömege és a súrlódás elhanyagolható. Mekkora volt a kocsik sebessége szétlökődéskor? (a kisebb tömegű sebessége 0,12/s, a másiké 0,08m/s)
6. Egy vasúti dízelmozdony négyszer akkora tömegű, mint egy vagon. A mozdony 9km/h sebességgel nekimegy az álló vagonnak, összekapcsolódik vele. Mekkora sebességgel mozognak tovább együtt? (2m/s)
7. Egy 200g tömegű golfütő 55m/s sebességgel mozog, amikor nekilökődik a 46g tömegű golflabdának. Az ütközés után a golfütő 40m/s sebességgel mozog az eredeti irányban. Mekkora a golflabda sebessége az elütés után? (65,2m/s)
8. Egy 0,5 kg tömegű, 6m/s sebességgel mozgó labda összeütközik egy 1kg tömegű, vele szemben haladó, 12m/s sebességgel mozgó labdával. Az ütközés után a 0,5kg tömegű labda 14m/s sebességgel pattan vissza. Mekkora és milyen irányú sebességgel mozog a másik labda az ütközés után? (eredeti mozgásirányban 2m/s sebességgel)



Nehezebb feladatok

9. Egy 20 kg-os lövedék vízszintes irányba repül 54km/h sebességgel. Egy adott pillanatban két részre hasad. A 7kg-os darabja az eredeti iránytól 90^0 -al térül el felfelé 20m/s sebességgel. Merre és mekkora sebességgel repül tovább a második darab? (25,47m/s-al az eredeti mozgásirányhoz képest 25^0 -ban)

8. Ütközések, lendület-megmaradás, energetikai vizsgálat

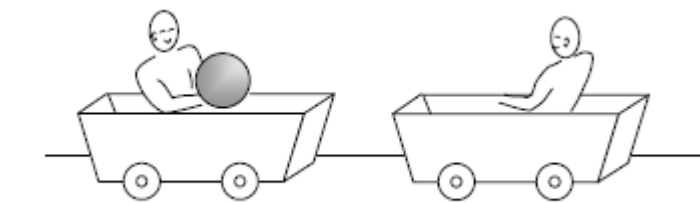
Alapfeladatok

1. Két gyurmagolyó egymás felé gurul. Ütközésük frontális. Lehetséges-e hogy ütközésük során mindkettő megáll? Ha igen, akkor írjátok le mi ennek a feltétele, ha nem indokoljátok meg miért nem?
2. Két acélgolyó egymás felé gurul. Ütközésük frontális. Lehetséges-e hogy ütközésük során mindkettő megáll? Ha igen, akkor írjátok le mi ennek a feltétele, ha nem indokoljátok meg miért nem?
3. Egy egyenes mentén egymás felé haladó gyurmagolyók frontálisan ütköznek. A golyók tömege 50g valamint 250g, sebességeik ütközés előtt 6m/s valamint 2m/s. Milyen irányba és mekkora sebességgel mozognak a golyók rugalmatlan ütközésük után? Mekkora a golyók belsőenergia növekedése az ütközés következtében? (0,66m/s, 1,33J)
4. Egy 20 kg-os lövedék vízszintes irányba repül 72km/h sebességgel. Egy adott pillanatban két részre hasad. A 12kg-os darabja ugyanabba az irányba repül tovább 25m/s sebességgel. Merre és mekkora sebességgel repül tovább a második darab? Mekkora energia jött létre a robbanás következtében? (12,5 m/ s, ugyanabba az irányba, 375J)
5. A 25kg-os homokzsák kötél segítségével fel van függesztve. A zsákba vízszintes irányból egy 10g-os lövedéket lőnek 400 m/s sebességgel. A lövedék belefűrődik a zsákba és megáll benne. A zsák kilengésekor milyen magasra emelkedik a homokzsák súlypontja? (1,27 mm)
6. Vízszintes, súrlódásmentes felületen két kiskocsi egymás felé közeledik egy egyenes mentén. Az egyik kocsi tömege 100g sebessége 2m/s, a másik kocsi tömege 300g, sebessége 4m/s. Ütközésük után az első kiskocsi eredeti mozgásirányával ellentétesen mozog 7m/s sebességgel. Merre és mekkora sebességgel mozog ütközés után a második kocsi? Tökéletesen rugalmas-e az ütközés? (ugyanarra 0,1m/s sebességgel, tökéletesen rugalmas ütközés)
7. Vízszintes asztalon 200g és 500g tömegű golyók egymás felé mozognak 5m/s és 1m/s sebességekkel. Ütközésük következtében a golyók szét pattannak, ellenkező irányba mozognak. Mekkora a nehezebb golyó sebessége, ha a könnyebb golyó sebessége 3m/s? Tökéletesen rugalmas-e az ütközés? (2,2m/s, nem)

8. Egy 100g-os biliárdgolyó 5m/s sebességgel telibe talál egy 150g-os nyugalomban lévő biliárdgolyót. Ennek következtében a 150g-os golyó 3m/s sebességgel indul el. Mekkora és milyen irányú lett a 100g-os golyó sebessége az ütközés után? Ellenőrizetek számításával, hogy az ütközés tökéletesen rugalmas-e vagy sem! (0,5m/s ugyanarra, nem)

Nehezebb feladatok

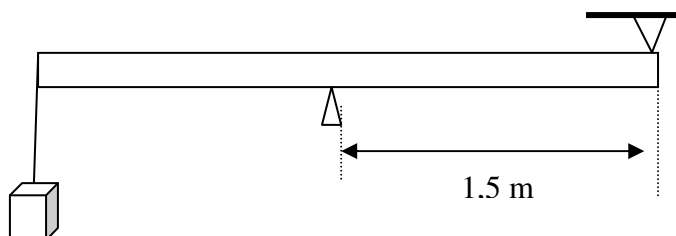
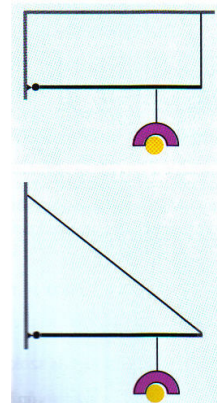
9. Egy $m = 1\text{ kg}$ tömegű fagolyó egy gyűrűre van ráhelyezve. Egy $m_0 = 20\text{ g}$ tömegű puskagolyó alulról hatol be a fagolyóba $v_0 = 510\text{ m/s}$ sebességgel és benne marad. Milyen magasra jut fel a fagolyó, és mekkora az energiaveszteség? (5m, 2550J)
10. Két acélgolyó egymás felé mozog egy egyenes mentén. A nehezebb golyó sebessége négyszerese a könnyebb golyó sebességének. Tökéletesen rugalmas ütközésük következtében a nehezebb golyó megáll. Mekkora a könnyebb golyó tömege, ha a nehezebb 150g-os? (100g)
11. $D = 400\text{ N/m}$ rugóállandójú rugón $M = 5\text{ kg}$ tömegű tálcát egyensúlyozunk ki. Ha $h = 1\text{ m}$ magasságból egy $m = 1,5\text{ kg}$ tömegű tárgy esik a tálcára, rugalmatlan ütközésük esetében mennyivel nyomódik össze a rugó? (17,8 cm)
12. Két $m_1 = 400\text{ g}$ és $m_2 = 300\text{ g}$ tömegű golyók egy-egy $l = 49\text{ cm}$ hosszúságú fonal segítségével vannak felfüggesztve úgy, hogy a golyók összeérnek. Az első golyót kitérítik a vízszintesig, és szabadon engedik. Tudva, hogy az ütközés tökéletesen rugalmas, határozzátok meg milyen magasra emelkedik fel az első golyó és milyen irányba? Mekkora a fonalának kitérési szöge? ($g = 9,8\text{ m/s}^2$)
13. Két 10 kg tömegű kiskocsi áll egymással szemben egy egyenes, vízszintes úton, mindegyikben egy 60 kg tömegű ember ül. Az egyik kiskocsiban egy 5 kg-os medicinlabda is található, melyet a kocsiban lévő ember átdob a másik embernek. A labda vízszintes irányú sebessége 8,4 m/s a földhöz képest.
- Mekkora sebességgel mozog a földhöz képest az egyik kiskocsi az után, hogy utasa eldobta a labdát, s mekkorával a másik, miután utasa elkapta azt?
 - Mekkora lesz a sebességük egymáshoz képest az után, hogy a labda átkerült a másik kocsi?
 - Legalább mekkora munkát végzett a medicinlabdát elhajító ember? (középszintű érettségi 2007 május)



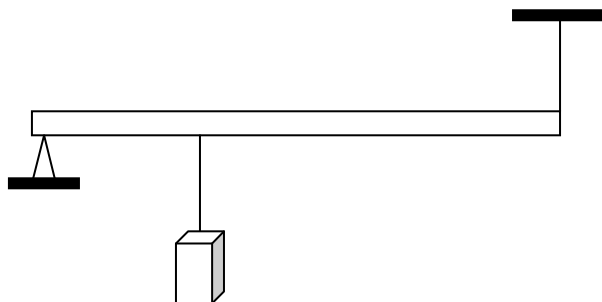
9. A Merev test egyensúlya

Alapfeladatok

1. Egy deszka egyik vége alá van támasztva, másik vége egy kötéllel van felfüggesztve a mennyezethez. A deszka vízszintes. A felfüggesztési kötél maximálisan 400N erőt bír el. Mekkora tömegű munkás állhat a deszka közepére, hogy a kötél ne szakadjon el. Mekkora erő nyomja ekkor az alátámasztást? (80kg, 400N)
2. Egy 31cm hosszú, 5dkg tömegű vonalzót az egyik végén fonállal felfüggesztünk. Mekkora és milyen irányú erővel tudjuk vízszintesen tartani a vonalzót a másik végén, ha a vonalzó közepére egy 10dkg tömegű gyufásdobozt tettünk? (0,75N felfelé)
3. Egy hibás kétkarú serpenyős mérleg egyik karja 10cm, a másik 11cm. A burgonya kilogrammonkénti ára 90Ft. Mennyivel károsodik a vevő, illetve az eladó, ha ezzel a mérleggel 6kg burgonyát mérünk ki? (49Ft-al az eladó, 54Ft-al a vevő attól függően, hogy melyik serpenyőre kerül az áru és melyikre a súly.)
4. Egy 20 kg tömegű lámpát egy 10 kg tömegű rúdra, a faltól számított háromnegyed részénél akasztanak fel. A rúd egyik végét a falnál csuklósán rögzítik, a másik végét egy kötéllel függesztik fel. Egyik esetben az a) ábra szerint, függőleges állású kötéllel oldják meg a felfüggesztést, egy másik esetben pedig a rögzítő kötél a b) ábrának megfelelően 45° -os szöget zár be a rúddal. Mekkora a kötelet feszítő erő a két esetben? (a. esetben 200N, b. esetben 282,8N)
5. 5m hosszú műugródeszka az egyik végén és a végétől 1,5 m-re van rögzítve. Mekkora és milyen irányú erők hatnak a rögzítési pontokban a rúdra, ha szabad végén 60 kg-os ember áll? (1400N lefelé és 2000N felfelé)
6. Egy 2,5m hosszú rúd egyik végén 20kg tömegű teher lóg. A rudat a másik végén, egymástól 1,5m-re lévő ékekkel támasztjuk meg. Mekkora erőkkel hatnak a rúdra a támasztó ékek? (le 133,3N, fel 333,3N)



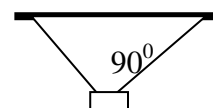
7. Mekkora súlyt akaszthatunk az ábrán látható rúdra, ha az alátámasztás 1kN maximális terhelést bír el? Mekkora lesz a rúd felfüggesztő kötélében ébredő erő? A rúd súlya elhanyagolható, a súlyt a rúd egyharmadánál függesztjük fel. (3kN, 2kN)



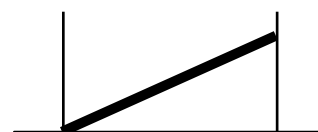
8. Egy mérleghinta rúdjának hossza 5m, tömege elhanyagolható. A rúd végeire egy 47kg-os és egy 63kg-os gyerek ül. Hol támasszuk alá a rudat, hogy a gyerekek hintázni tudjanak? (közepétől 36cm-re a nehezebb gyerek felé)

9. Egy kerek kút hengerének átmérője 25cm, kerekének átmérője 60cm. A vízzel teli vödör tömege 15kg. A vödör láncának tömegét hanyagoljuk el. Mekkora erő kifejtéssel lehet a kútból felhúzni a vödröt? Mekkora erőt fejtenénk ki, ha a vödröt egyszerűen felhúznánk a kútból hengerkerék nélkül. (62,5N, 150N)

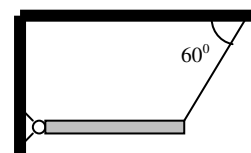
10. Mekkora lehet az a legnagyobb tömeg, amit két egyforma hosszú köté segítségével felfüggeszthetünk az ábra szerint úgy, hogy egyik köté se szakadjon el? A kötelek teherbírása 3kN. (212,13kg)



11. Egy egyenletes tömegeloszlású 60kg-os rudat két függőleges fal közé fektetünk az ábra szerint. A falak közötti távolság 1m, a rúd felső vége 0,75 m magasban érintkezik a fallal. Mekkora erővel nyomja a rúd a jobboldali falat? (400N)

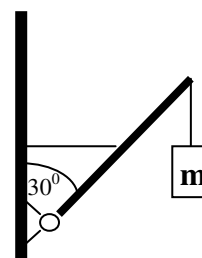


12. Az egyik végén csuklóhoz rögzített 6m hosszú vízszintes rúd másik végét az ábra szerinti elrendezésben köté tartja. Mekkora erő feszíti a kötelet? A rúd tömege 30kg. (173,2N)



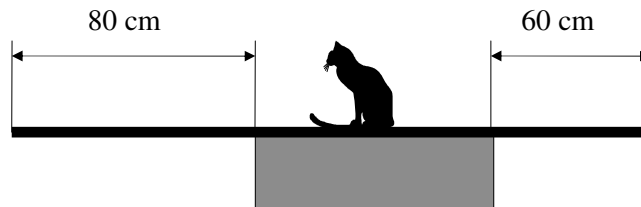
13. Egy nagyon könnyű, 8m hosszú deszka a két végén alá van támasztva. A deszka egyik végétől a másik vége felé elindul egy 80kg-os ember. Mennyire közelítheti meg az ember a deszka másik végét, ha az ottani alátámasztás maximálisan 350N erőt bír el. (3,5m) Mekkora erő hat ekkor az első alátámasztásra? (450N)

14. A falhoz csuklósan csatlakozó 6m hosszú rudat a közepénél a rúdhoz kötött fonállal a falhoz kötjük. A rúd szabad végét fonálon lógó $m=30\text{kg}$ tömegű testtel terheljük. A rúd ekkor 30° -os szöget zár be a fallal, a falhoz erősítő fonal pedig vízszintes helyzetű. Mekkora erő feszíti a falhoz erősített vízszintes fonalat? A rúd súlyát elhanyagoljuk. (346,41N)

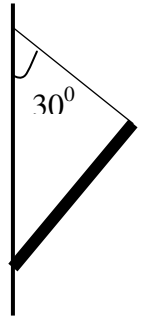


Nehezebb feladatok

15. Egy 10 kg tömegű és 2 m hosszúságú deszka egy betontömbön fekszik az ábra szerint. A deszka közepétől számítva milyen távolságokon mozdulhat el az 5 kg tömegű macska jobbra és balra úgy, hogy a deszka ne billenjen le?



16. Egy 5kg egyenletes tömegelosztású, 1m magas tablót a falhoz rögzítünk egy $\sqrt{3}$ m hosszú fonál segítségével az ábra szerint. A fonál 30° -ot zár be a függőleges fallal. Mekkora legyen a tapadási súrlódási tényező a fal és tábló között, hogy a tábló egyensúlyban legyen ebben a helyzetben? Feltételezzük, hogy a tábló egy pontban érintkezik a fallal. (2,88!)



17. A vízszinteshez képest mekkora szögben támaszthatjuk falhoz a létránkat, hogy az le ne csússzon, ha a tapadási tényező a padlón és a falnál egyaránt 0,3.

A létra tömegeloszlása egyenletes. ($\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1 - \mu_0^2}{2\mu_0} = 33,4^\circ$)

10. Tömegvonzás

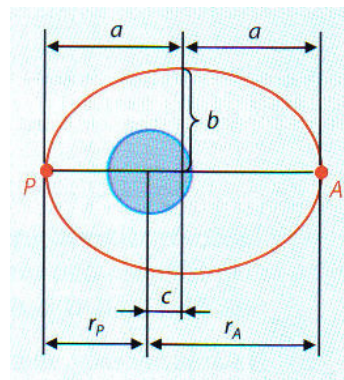
Alapfeladatok

18. Az Io felszínén levő vulkánból 15,08 km magasságba jut a 127 m/s sebességgel kitörő vulkáni anyag. Mekkora lehet az Io tömege, ha a sugara 1820 km? ($7,9 \cdot 10^{22}$ kg)
19. A Vénusz tömege 0,8-szerese a Föld tömegének, sugara kb. megegyezik a Föld sugarával. Mekkora a nehézségi gyorsulás a Vénusz felszínén? (kb. 8 m/s^2)
20. A Nap tömege $2 \cdot 10^{30}$ kg. Mekkora a keringési ideje a Nap körül 220 millió km távolságban keringő Érosz bolygónak? (~650 nap)
21. Mekkora legyen a Földön egy nap és egy éjszaka hossza ahhoz, hogy az Egyenlítőnél a tárgyakra ne legyen súlyuk? (kb. 1 óra 24 perc!)
22. Mekkora a nehézségi gyorsulás a Hold felszínén? A Föld tömege 81-szerese a Hold tömegének, sugara, pedig 3,6-szor nagyobb. ($1,57 \text{ m/s}^2$)
23. Mennyi idő alatt kerül meg a Földet az a műhold mely a Földtől 30000 km magasságban kering?
24. Mekkora magasságban csökken a felére a gravitációs gyorsulás?
25. A Birodalom egyik titkos támaszpontja egy kisbolygón található. A támaszpont elleni támadáshoz a lázadónak elengedhetetlenül szükséges ismerni a kisbolygón a szökési sebességet (2. kozmikus sebesség). Ennek kiderítésére Han Solo Chewbacca társaságában Ezeréves Sólyom nevű űrhajójukkal a kisbolygó közelébe érkezik, és a felszíntől mért 500 km magasságban körpályára állnak. Ekkor hajójuk sebessége $155 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. A birodalmi harci gépek észreveszik őket, ezért el kell menekülniük. A felszíntől 1000 km távolságban halált megvető bátorsággal még egy kört tudnak tenni, ekkor sebességüket $115 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -nak mérik a fedélzeti műszerekkel. Amikor visszatértek a lázadók bázisára, a mérési eredményekből R2-D2 kiszámította a keresett szökési sebességet. Mekkora értéket kapott R2-D2? (143,2 km/h)

Nehezebb feladatok

26. Egy műhold a Föld körül kering. Pályájának a Föld felszínéhez legközelebbi pontja 500 km-re, a legtávolabbi 20000 km-re van.
- a. Készíts vázlatos rajzot a műhold pályájáról, és számítsd ki a pályájának főbb paramétereit! (Adj meg legalább három jellemző adatot!) Jelöld be ezeket a rajzon! ($r_p=6870 \text{ km}$, $r_a=26370 \text{ km}$, $a=16620 \text{ km}$, $c=9750 \text{ km}$, $b=13459,6 \text{ km}$)
- b. Mekkora a műhold keringési periódusideje? (5,9 h)

- c. Mekkora sugarú körpályán keringene ugyanekkora periódusidővel a műhold?(16620km)



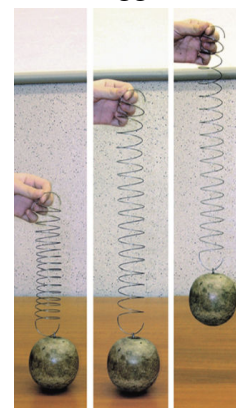
A feladatoknál használható adatok: A Föld tömege $5,97 \cdot 10^{24}$ kg, az egyenlítő menti sugara 6371km.

11. Munka , Energia, Teljesítmény

A feladatokat energetikai megfontolással oldjátok meg!

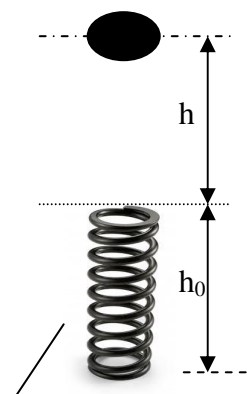
Alapfeladatok

1. Mekkora munkavégzés árán tudunk feljutni a 100 m magas és 500m hosszú lejtő tetejére, ha tömegünk 80kg? (80kJ)
2. Egy Túró Rudiban található kalóriát felhasználva feljuthatunk-e az Eiffel torony tetejére? A szükséges adatokat (Túró Rudi energiatartalma, Eiffel torony magassága) keressük meg az Interneten. Feltételezzük, hogy a Túró Rudi energiatartalmának 50%-át hasznosíthatjuk a mászáshoz szükséges munkavégzésre. (Igen!)
3. Vízszintes asztalon 50 kg tömegű ládát csúsztatunk állandó 70N nagyságú, az asztallal párhuzamos húzóerővel. A csúszó súrlódási tényező az asztal és láda között 0,1. Mennyi munkát végzünk 10 s idő alatt, ha feltételezzük, hogy kezdetben a láda nyugalomban volt? Mekkora a súrlódási erő munkavégzése ez idő alatt? Mekkora sebességet ér el a láda? Hogyan érvényesül a munkatétel ebben a folyamatban? (1400J, -1000J, 4m/s)
4. Felső végénél rögzített 5N/m állandójú rugó alsó végén 50g-os nehezék függ. Mekkora munkavégzéssel lehet a nehezéket 10cm-rel lehúzni? (25 mJ)
5. Egy $m=2$ kg tömegű golyót $D=40$ N/m rugóállandójú rugóval lassan, egyenletesen emelünk föl a padlóról. A rugó eredeti nyújtatlan hossza $l_0=10$ cm. A rugó felső végét fogjuk, és azt egy méterrel mozdítjuk fölfelé. Mekkora munkát végzünk és mekkora a nehézségi erő munkája a golyón? (15J, -10J)
6. Egy fonálra kötött, 2 kg tömegű, kezdetben nyugvó testet 80 cm magasra emelünk. A fonálerő 30 N nagyságú.
 - a. Add meg az emelési munkát! (16J)
 - b. Számold ki az általunk végzett munkát! (24J)
 - c. Mekkora a gyorsítási munka? (8J)
 - d. Mekkora lesz a sebesség a végállapotban? (2,83m/s)



7. Az ábrán látható acélból készült függőleges helyzetű D állandójú nyomórugóra h magasságból ráejtünk egy m tömegű fémgolyót. Feltételezzük, hogy a rugó összenyomódása közben a rugó mindvégig függőleges helyzetű marad. Mindenféle fékező hatástól eltekintünk. Vegyük a következő állapotokat:

- A: a golyó elejtésének pillanata (a rugónak nincs alakváltozása)
- B: A golyó szabadesése közben éppen hozzáér a rugó felső végéhez, legyen a golyó sebessége ekkor v_0
- C: a golyó nyomja össze a rugót, a golyóra ható eredő erő éppen nulla. Legyen a golyó összenyomódása ekkor x , a golyó sebessége v .



D: a rugó összenyomódása éppen maximális, jelöljük ezt $x_{\max}$ - al.

A folyamatot jellemző energiatípusokat jelöljük a következőképpen:

E - a rendszer teljes mechanikai energiája

E_m – a golyó mozgási energiája

E_h – a golyó helyzeti (magassági – gravitációs) energiája az asztalhoz vonatkoztatva

E_r – a rugó energiája

Add meg a rendszer különböző állapotaihoz tartozó összes mechanikai energia kiszámításának összefüggéseit m , g , h , h_0 , v , v_0 , D , x , $x_{\max}$ függvényében!

(E_A , E_B , E_C , E_D =?)

Jelöld meg a rendszer mely állapotában maximális a mozgási, helyzeti, rugalmas energia?

Tegyük ki a megfelelő relációs jeleket (<, >, =) a következő mennyiségek közé!

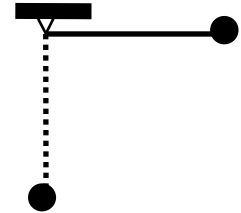
E_A E_B E_C E_D

8. Egy cölöpre 2 m magasból szabadon ejtünk egy 5 kg-os kalapácsot. Így a cölöp 10cm-rel befúródik a földbe. Átlagosan mekkora fékezőerőt fejt ki a föld a cölöpre? (1000N)
9. Egy 12 magas és 16m alapú lejtő csúcsától szabadon csúszik egy 2kg tömegű tárgy. Mekkora sebességgel érkezik a tárgy a lejtő aljára, ha
 - a) súrlódás nélkül csúszik (15,5m/s)
 - b) súrlódással csúszik, a csúszási tényező 0,2? (13,26m/s)
10. Egy 54km/h sebességű gépkocsi mekkora úton képes megállni a kerekek megcsúszása nélkül, ha a kerekei és út közötti tapadási súrlódási tényező 0,4? (28,12m)
11. Egy 1kg-os tárgyat kiejtenek a 15m magas toronyból. Mekkora magasságban lesz a tárgy sebessége 36km/h? Ha a légellenállást is figyelembe vesszük, mekkora a légellenállási erő munkavégzése, ha a tárgy 15 m/s sebességgel ér földet? (10m, - 37,5J)
12. Egy labdát 10m/s sebességgel kidobnak egy 10m magas toronyból. Mekkora a légellenállás munkavégzése, ha a labda tömege 30dkg és 15m/s sebességgel csapódik a földnek? (-11,25J)
13. Egy rugós játékpuska $900 \frac{N}{m}$ állandójú rugója felhúzásnál 1,5 cm-rel összenyomott állapotba kerül. A puskába betöltött „lövedék” 10g tömegű.
 - a. Mekkora sebességgel lövi ki a rugó a lövedéket? (4,5 m/s)
 - b. A kilövés szintjétől számítva milyen magasra emelkedhet a függőlegesen felfelé irányzott puskából kilőtt lövedék? (A légellenállástól eltekinthetünk.) (1m)



14. Függőlegesen fellőtt 1,6kg tömegű lövedék mozgási energiája a talaj fölött 100m magasságban 2 kJ. Mennyit fog még emelkedni a test, mekkora sebességgel lőtték ki? (125m, 67m/s)

15. Egy felső végénél rögzített 2m hosszú fonál másik végén egy 2 kg tömegű golyó van rögzítve. Megfogjuk a golyót és a fonalat kissé megfeszítve kitérítjük a vízszintes helyzetig, majd elengedjük a rendszert. Mekkora sebességgel halad át a golyó a függőleges helyzeten? A légellenállás elhanyagolható! (6,32m/s)



16. A vízszintes pályán haladó autó 12kW átlagos teljesítménnyel növeli sebességét 18km/h-ról 36km/h-ra. A kocsi tömege 1,2t. Mennyi ideig tartott a gyorsítás, ha a fékező munka ezen az útszakaszon 5000J? (4,16s)

17. Egy rugó egyik végénél vízszintes helyzetben rögzítve van. Másik végének egy 100g-os kiskocsi ütközik 3m/s sebességgel. Mekkora összenyomódást okoz a kiskocsi a rugónak, ha a rugóállandó 250 N/m. (6cm)

18. Csaba 5 m/s sebességgel meglöki a jégen álló Mátét. Mekkora utat tesz meg Máté a megállásig? Máté tömege 45 kg, a csúszási tényező 0,1. (12,5m)

19. Egy kondicionáló teremben használt rugós expanderben három egyforma, kivehető rugó található. Az egyik sportoló 24 cm-rel tudja megnyújtani az expander három rugóját.

- Mekkora megnyúlást képes előidézni, ha három helyett csak kettő rugó van az expanderben? (Feltételezzük, hogy mindkét esetben ugyanakkora erővel húzza az expandert.) (36cm)
- Hogyan aránylik egymáshoz a sportoló által a két esetben végzett munka? (1,5 – szer akkora munka)



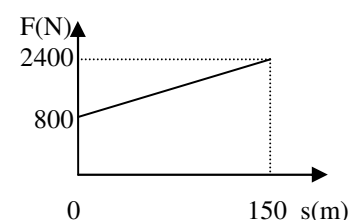
20. Egy $100 \frac{N}{m}$ -es nyomórugót 20cm-rel összenyomunk. A rugó egy 100g-os kiskocsit lök el vízszintes irányban. Mekkora lehet a kocsi legnagyobb sebessége, ha
- A súrlódástól eltekintünk (6,32 m/s)
 - A súrlódási tényező 0,2? (6,26 m/s)

Nehezebb feladatok

21. Oldjuk meg a 3.-as feladatot ugyanazokkal az adatokkal, azzal a különbséggel, hogy a húzóerő 45° -os szöget zár be az asztal felületével! (220,14J, -200,36J)

22. Mekkora sebességgel halad át egyensúlyi helyzetén az 4. feladatban leírt nehezék, ha legalsó helyzetéből szabadon engedik? (1 m/s)

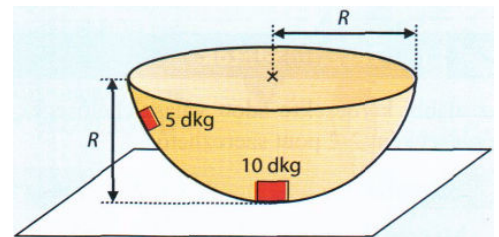
23. Egy autó nyugalomból indul. A motor húzóerejét az ábra szemlélteti. A légellenállásoktól és mindenféle fékező hatástól tekintsünk el. Mekkora sebességre gyorsul fel az autó a 150m út megtétele után? Tudva, hogy ez a gyorsítás 13,7s alatt történt mekkora az autó motorjának



átlagteljesítménye? Az autó tömege 8 mázsa. (88,18km/h, 19,6kW)

- 24.** 50kg tömegű ládát vízszintes talajon állandó 100N vízszintes erővel kezdünk el húzni. Mekkora munkát végzünk 15s alatt, ha a súrlódási együttható 0,1? Mekkora a gyorsítás határfoka? (11,25kJ, 50%)
- 25.** Egy test szabadon esik 68,6m magasságról. Mekkora az a magasság melynél a mozgási energia háromnegyede a gravitációs potenciális energiának? Mekkora a test sebessége ebben a pillanatban? ($g=9,8\text{m/s}^2$) (39,2m, 24m/s)
- 26.** Egy autó egyenletesen mozog 54km/h sebességgel. Az autó teljesítménye állandó, feltételezzük, hogy mindenféle fékező hatást figyelembe véve a sebességgel egyenesen arányos fékezőerővel számolhatunk. Mekkora sebességgel mozog az autó, 30%-al nagyobb teljesítmény esetén? (61,6km/h)
- 27.** Egy testet felfelé csúsztatunk 15 m/s kezdősebességgel egy 12m hosszúságú és α ($\sin\alpha= 0,6$) hajlásszögű lejtő mentén. Tudva, hogy a test éppen hogy felér a lejtő csúcsáig, és onnan visszafordul, bizonyítsátok be, hogy a mozgás súrlódással történik, számítsátok ki a súrlódási együtthatót. (0,42)

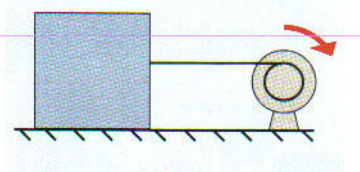
- 28.** Az $R = 27\text{ cm}$ sugarú, félgömb alakú rézüst aljára a cukrászmester már bekészített egy 10 dkg-os fagyos vajdarabot, a recept szerint azonban még 5 dkg-ra szükség van: ennek hozzáadását a mester a kuktára bízta. A játékos kedvű kukta a hűtőszekrényből kivett vajdarabkát az üst széléről elengedi, és gyönyörűséggel figyeli, ahogy az leszánkázik, majd a 10dkg-os darabbal összetapadva felcsúszik az üst szemközti falán. Egy dolog azonban szöget üt a fejébe: "A vajdarabkák és az üst felülete között a súrlódás elhanyagolható, ezért a rendszerben a mechanikai energiának meg kell maradnia. Az 5 dkg-os vajdarabka kezdeti, R magasságban meglévő helyzeti energiája viszont csak akkor egyezhet meg az összetapadt, háromszor akkora tömegű vajdarabnak a felcsúszás végén adódó helyzeti energiájával, ha a 15 dkg-os darab $\frac{R}{3}$ magasságba



emelkedik fel. Ezzel szemben akárhányszor próbálkozom, a 15 dkg-os „vajszánkó” sohasem éri el ezt a magasságot!”

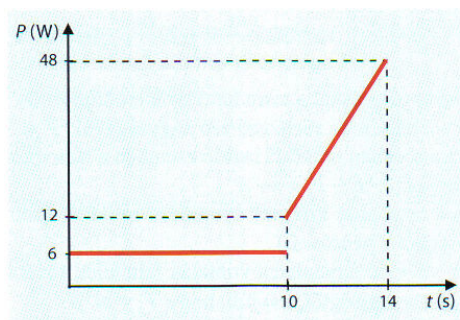
- Hol a hiba a kukta gondolatmenetében?
- Legfeljebb milyen magasra csúszhatnak fel az összetapadt vajdarabkák az üst falán? (3cm)

- 29.** Egy 200 kg tömegű ládát elektromos motorral meghajtott, kétfokozatú csörlő segítségével a talajjal párhuzamosan futó kötéllal vontatnak. Amikor a csörlő az első fokozatban működik, a láda egyenletesen csúszik a talajon $20\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ nagyságú sebességgel. Tíz másodpercen keresztül így vontatják a ládát, majd a magasabb fokozatba kapcsolják a csörlőt.



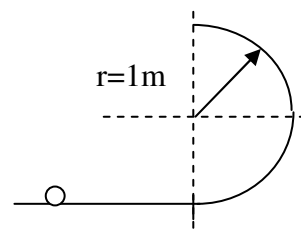
Ettől kezdve kétszer akkora erővel történik a vontatás, mint az első fokozatban ennek következtében a láda 4s alatt $80 \frac{cm}{s}$ nagyságú sebességet ér el.

- a. Mekkora munkát végzett a ládára ható súrlódási erő a mozgás 14 másodperce alatt? (-120J)
- b. Veszteségmentes működést feltételezve ábrázolja a csörlőt hajtó elektromotor által felvett elektromos teljesítmény időbeli változását a vontatás kezdetétől a tizennegyedik másodperc végéig terjedő intervallumban!



30. Függőleges helyzetben alátámasztott 20 N/cm állandójú súlytalannak tekinthető nyomórugóra, annak szabad végétől mért 1,8m magasságból, 0,4 kg tömegű testet rádobunk a rugóra. Mekkora v_0 kezdősebességgel kell a testet indítanunk, hogy a rugó 20 cm-rel összenyomódjon? (12,64 m/s)

31. Minimálisan mekkora sebességgel kell indítani az ábra szerinti tekepályán a súrlódás nélkül mozgó golyót, hogy sehol sem váljon el a pályától? (7m/s)



32. Egy 1t tömegű teherautó kikapcsolt motorral 54km/h állandó sebességgel gurul le a 4m magas és 100m hosszú emelkedőről. Mekkora motorteljesítmény szükséges ahhoz, hogy a teherautó ugyanakkora sebességgel felfelé haladjon a lejtőn? (12kW)

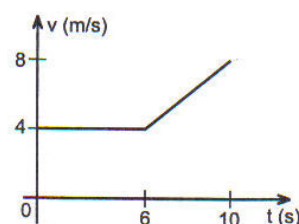
33. Egy 1200 kg-os autó nyugalomból indulva 15s alatt felgyorsul 100 km/h sebességre. A légellenállást is figyelembe véve tekintsük a mozgást egyenletesen gyorsulónak, a gyorsulás $4m/s^2$. Az autó alaki tényezője 0,3, homlokfelülete $3 m^2$, a levegő sűrűsége $1,3 kg/m^3$, feltételezzük, hogy szélcsend van. Mekkora motorteljesítmény szükséges ehhez? (62,45 kW=84,91LE)

34. Egy 0,6 m sugarú gömb tetején egy kis golyót elengedünk. A gömb tetejétől számítva milyen magasságban hagyja el a gömböt a golyó? A súrlódástól eltekintünk. (0,2m)

35. 80kg-os sélő 50m magas és 2000m hosszú lejtőről csúszik le szabadon, hajtás nélkül. A lejtő vízszintes szakasszal folytatódik. Mekkora úton áll meg a sélő a vízszintes szakaszon, ha feltételezzük, hogy a csúszó súrlódási tényező mindenhol 0,02 és azt, hogy a sélő nem veszít a sebességéből a vízszintes szakaszra való átmenetkor. (kb. 500m)

36. Egy négyzet alapú egyenes hasáb tömege 40kg. A hasáb magassága 80cm, alapjának éle 60cm. A hasáb a négyzetlapján nyugszik egy vízszintes felületen. Mekkora munka árán lehet felborítani a hasábot (egyik alapéle körüli elforgatással)? (40J)

37. Az ábrán egy 50 kg tömegű szánkó sebesség-idő grafikonja látható. A szánkó és a talaj közötti csúszási súrlódási együttható 0,15.



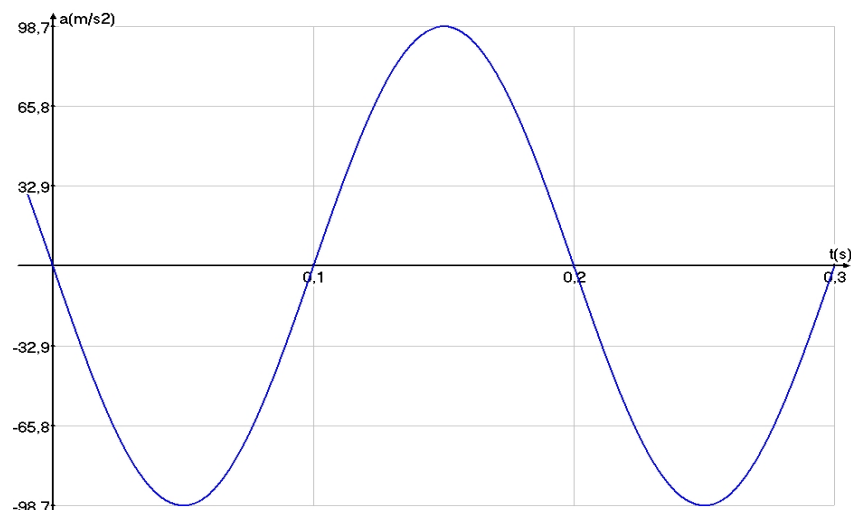
- a. Ábrázoljuk a húzóerőt az idő függvényében!
- b. Mekkora munkát végzett a húzóerő 10 s alatt? (4800J)
- c. Mekkora a súrlódási erő által végzett munka 10 s alatt? (-3600J)

38. Egy testet 50cm hosszú fonalra függesztünk. Mekkora vízszintes irányú sebességgel kell meglökni, hogy átforduljon függőleges helyzetén? (5m/s)

12. Harmonikus rezgőmozgás, ingamozgás, hullámok

Alapfeladatok

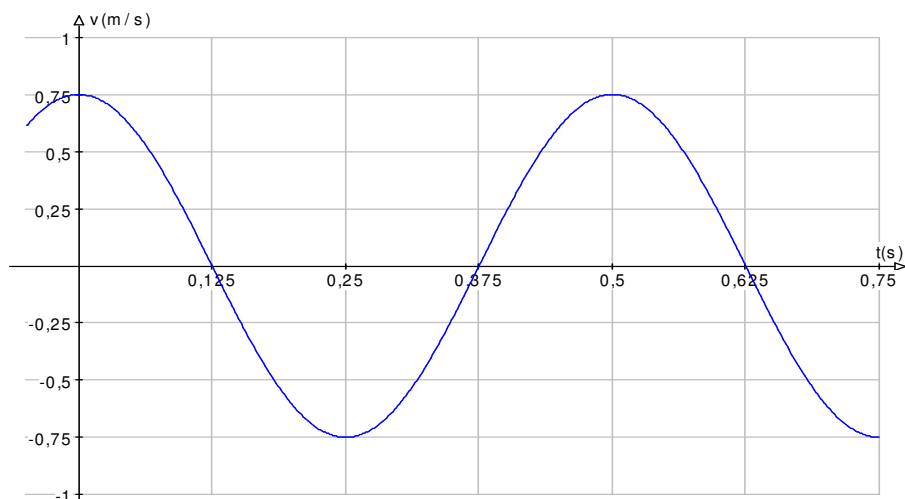
1. Az ábra egy rugón rezgő 5 dkg-os tárgy gyorsulását ábrázolja idő függvényében. Az idő értékek szekundumban, a gyorsulás értékek m/s^2 -ben vannak megadva.



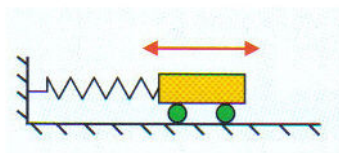
Határozzátok meg:

- a frekvenciát (5Hz)
 - a rezgések amplitúdóját (10cm)
 - a rugóállandót (49,34N/m)
 - mekkora a rezgő tárgy kitérése abban a pillanatban mikor a gyorsulása a lehető legnagyobb? (10cm)
 - mekkora a rezgő tárgy kitérése abban a pillanatban mikor a rezgő tárgy sebessége 2m/s ? (0,6cm)
 - ábrázoljátok a tárgy sebességet idő függvényében!
2. Egy harmonikus rezgőmozgást végző anyagi pont kitérése az idő függvényében:
$$y = 0,17\text{m} \cdot \sin\left(6,28 \frac{1}{\text{s}} \cdot t + 0,49\right).$$

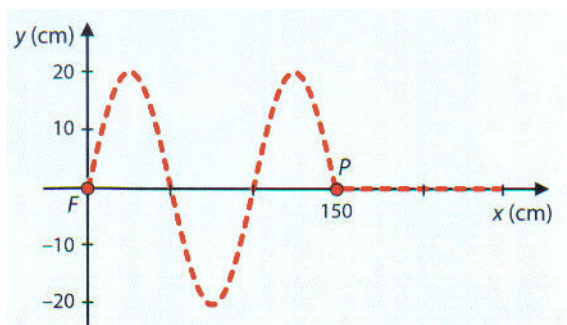
Számítsátok ki az amplitúdót, a frekvenciát, a rezgésidőt. Mekkora a kitérés és a sebesség a $t=0$ időpontban? (17cm, 1Hz, 1s, 8cm, 0,94m/s)
3. Harmonikusan rezgő test mozgási energiájának legnagyobb értéke 3,2J. Tudva, hogy a tömeg 10 dkg, a rezgésidő pedig 40ms határozzátok meg az amplitúdót. (5cm)
4. Az ábra egy rugón rezgő 75g-os tárgy sebességét ábrázolja idő függvényében. Határozzátok meg:
- a rezgésidőt (0,5s)
 - a rezgések amplitúdóját (6cm)
 - a rugóállandót (11,84N/m)
 - mekkora a rezgő tárgy kitérése a 2. másodperc után? (nulla)
 - mekkora a tárgy sebessége abban a pillanatban, amikor kitérése 4 cm? (0,56m/s)



5. Egy vízszintes helyzetű rugóra rögzítünk egy testet, mely rezgőmozgást végez. A test két szélső helyzetének távolsága 24 cm. A test másodpercenként éri el a legnagyobb sebességét.
- Adja meg a test kitérését az idő függvényében, ha az idő mérését akkor kezdjük, amikor a test az egyensúlyi helyzetén megy keresztül! ($12\text{cm} \cdot \sin\left(\pi \frac{1}{s} \cdot t\right)$)
 - Mekkora utat tesz meg a test 0,7 s és 1,2 s között? (16,76cm)
 - Az időmérés kezdetétől számítva, mennyi idő múlva lesz a test másodszor 6 cm-re az egyensúlyi helyzettől? (0,833s)
 - Mekkora a test tömege, ha a maximális kitérésű helyzetben a rugó 0,6 N erővel hat a testre? (0,507kg)
6. Egy gravitációs inga hossza 180 cm másiké, pedig 1 m. Lengések közben melyik inga halad át többször egyensúlyi helyzetén 1 perc alatt? Indokoljátok meg a választ!
7. Mekkora a gravitációs gyorsulás azon a helyen, ahol a másodperc inga hossza 98cm? Ha Budapesten ($g=9,81\text{m/s}^2$) ezt a 98 cm-es ingát időmérésre használnánk, késne, vagy sietne? ($9,67\text{m/s}^2$, sietne)
8. Gumikötél vége 10cm-es amplitúdóval másodpercenként 2 teljes transzverzális rezgést végez. A kötélen egy hullám terjed végig 2m/s sebességgel. Mekkora a hullámhossz? Mekkora a kötel két olyan pontjának a fáziskülönbsége melyek távolsága 25cm? Feltételezzük, hogy a kötel másik vége rögzített, így a kötélen állóhullámok alakulnak ki. Milyen hosszú a kötel, ha pontosan 3 duzzadóhely figyelhető meg rajta? (1m , $\frac{\pi}{2}$, $1,5\text{m}$).
9. Egy hosszú, rugalmas anyagból, készült kötel F végpontját $t = 0$ -ban (az időmérés kezdetén) $0,5\text{ Hz}$ frekvenciájú harmonikus rezgésbe hoztuk. Kis idő múltán pillanatfelvételt készítettünk a kötélen terjedő hullámról, ennek a fotónak adatokkal kiegészített vázlatrajza szerepel a mellékelt ábrán.
- Mekkora a hullám hullámhossza, amplitúdója és terjedési sebessége? ($0,5\text{m/s}$)
 - Mennyi idő telt el az időmérés kezdetétől a pillanatfelvétel elkészítéséig? (3s)



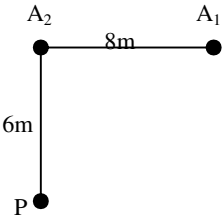
- c. Rajzolja be az ábrába az F és a P pont pillanatnyi sebességének irányát! (F-ben lefelé irányul, P-ben felfelé, nagyságuk maximális)
- d. Rajzolja meg, milyen látványt nyújtana a kötélen egy 0,5 másodperccel később elkészített pillanatfelvételen!



10. Egy 35 cm-es hosszúságú mérőhenger felső vége felé egy 440 Hz frekvenciájú (A hang) rezgő hangvillát tartunk. Mekkora legyen a mérőhengerben található vízoszlop magassága ahhoz, hogy a hang maximálisan felerősödjön a víz feletti levegőrétegben. A hang terjedési sebessége a levegőben 352m/s. (15cm)
11. 40 cm hosszúságú nyitott síp 440 Hz frekvenciájú hangot bocsát ki. Számítsd ki a kibocsátott hang frekvenciáját a síp végének elzárása után. Mekkora a hang terjedési sebessége? (220Hz, 352m/s)
12. Kifeszített kötélen 4Hz rezgésszámú hullám terjed végig 2m/s sebességgel. Mekkora a távolsága azoknak a pontoknak melyek $\frac{\pi}{4}$ -es fáziskülönbséggel rezegnek? (6,25cm)

Nehezebb feladatok

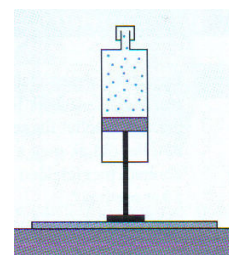
13. Írja fel annak a harmonikus rezgőmozgásnak a kitérés-idő függvényét, melynek maximális sebessége 0,5 m/s, maximális gyorsulása, pedig 2m/s^2 és a $t=0$ pillanatban rendelkezik a legnagyobb pozitív kitéréssel! ($y = 0,125\text{m} \cdot \sin(4\frac{1}{s} \cdot t + \frac{\pi}{2})$)
14. Egy rugóra függesztett 100g-os golyó harmonikus rezgéseket végez $\pi/10$ s periódussal. Kezdeti pillanatban a kitérés egyenlő az amplitúdó felével, a sebesség, pedig $\sqrt{3}$ m/s. Írjátok fel a kitérés-idő függvényét, számítsátok ki a rugóállandót, a golyóra ható maximális erőt. Mekkora a gyorsulás abban a pillanatban, amikor a sebesség $\sqrt{2}$ m/s. Mely pillanatokban egyenlő a mozgási és a helyzeti energia? ($y = 10\text{cm} \cdot \sin(20\frac{1}{s} \cdot t + \frac{\pi}{6})$, 40N/m, 4N, $-10,35\text{m/s}^2$, $t = \frac{\pi(1+6k)}{240}\text{s}$; $k \in \mathbb{N}$).
15. 2 kg tömegű test harmonikusan rezeg. Az egyensúlyi helyzettől 1m távolságra a visszatérítő erő nagysága 8 N. A kezdő pillanatban a test kitérése 1m és 4 m/s sebességgel távolodik az egyensúlyi helyzettől. Határozzátok meg a rezgés körfrekvenciáját, kezdőfázisát, amplitúdóját. (2 1/s, $26,56^0 = 0,463$ rad, 2,23m)
16. Az óra ingája kisméretű teherből és könnyű sárgaréz huzalból van. Az óra 0^0C hőmérsékleten pontosan jár, 20^0C -on naponta 16s-ot késik. Mennyi a sárgaréz lineáris hőtágulási együtthatója? ($1,8 \cdot 10^{-5} \text{ 1}^0\text{C}$)
17. Két fonálinga közül az egyik, 50-et leng, amíg a másik 52-t. Ha az utóbbi inga hosszát 10cm-rel megnöveljük, már csak 48 lengést végez a másik 50 lengésének ideje alatt. Mennyivel kell megrövidíteni a második inga hosszát, hogy a két inga lengésideje pontosan megegyezzen? (5,3cm)

18. Egy kisméretű hangszóró hanghullámokat bocsát ki egy függőleges fal felé mely 1,7m távolságra található a hangforrástól. A falon a hullámok visszaverődnek. A hullámok a falhoz $t=5\text{ms}$ alatt érnek. Tudva, hogy a hangforrás és fal között állóhullámok alakulnak ki és, hogy a duzzadóhelyek száma 100 határozzátok meg a hangforrás által kibocsátott tiszta hang frekvenciáját, és a hullámhosszt. Mekkora legyen a hangforrás frekvenciája, hogy a hangszóró és fal között pontosan egy duzzadóhely alakuljon ki? (10kHz, 3,4cm, 100Hz)
19. A1 és A2 hangszórót közös hanggenerátorról működtetünk, amelynek frekvenciája 750-820 Hz között folyamatosan változtatható. A két hangszórómembrán azonos fázisú harmonikus rezgéseket végez. A hang terjedési sebessége a levegőben 340m/s. Mekkora az a frekvencia, amelynél a P pontban maximális erősítést kapunk? Mely frekvenciánál kapjuk a P pontban a legnagyobb mértékű gyengítést? (765Hz, 807,5Hz)
- 
20. Vízfelszínen vonalhullámok terjednek egy olyan mélységű réteg felé amelyben a hullám terjedési sebessége feleakkora. Mekkora beesési szöggel érkeznek a hullámok a két különböző mélységű vízréteg határfelületére, ha a hullámok a törés során 15° -al térülnek el eredeti terjedési irányukhoz képest? (trigonometrikus egyenlet megoldása után: kb. 29°)
21. *Legyen egy nyitott és egy zárt síp. A nyitott síp hossza 2,8m. A nyitott síp másodrendű felharmonikusa megegyezik a zárt síp harmadrendű felharmonikusával. Milyen hosszú a zárt síp? Ha a sípok hossza azonos lenne léteznének-e olyan felharmonikusok, melyek frekvenciája megegyezne? (3,26m, nem léteznek)

13. Gáztörvények

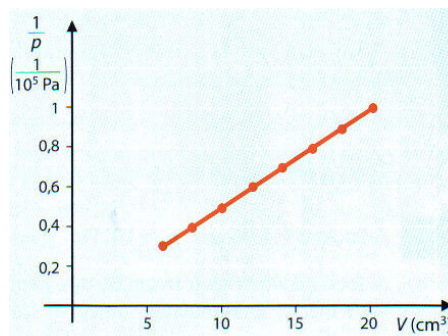
Alapfeladatok

1. Ha egy bizonyos mennyiségű tökéletes gázt izobár módon három fokkal felhevítünk, a térfogata 1%-al változik. Mekkora volt a gáz kezdeti hőmérséklete. (27°C)
2. Egy ideális gázt állandó hőmérsékleten összenyomunk úgy, hogy térfogata 20%-al változik az eredeti térfogathoz képest. Hány százalékkal változik a gáz nyomása? (25%-al nő)
3. Egy tökéletes gáz 21°C -on vízszintes $l=50\text{cm}$ hosszúságú hengerbe van zárva. A henger egyik vége zárt, másik végét egy egyensúlyban lévő dugattyú zárja, mely súrlódásmentesen mozoghat. Mennyivel kell megváltoztatni a gáz hőmérsékletét ahhoz, hogy a dugattyú a henger belseje felé 17cm -en mozduljon el. A külső nyomás 100kPa . (100°C -al hűteni).
4. Egy vastag falú levegővel telt zárt flakont kiviszünk télen a nagy hidegbe. A lakásban a hőmérséklet 27°C , kint a szabadban -10°C . Kint mekkora a flakonban a levegő nyomása, ha a szobában és a szabadban a nyomás a megszokott normál légköri nyomás (100kPa)? Ha a palack ürtartalma 2 liter, hány gramm levegő van benne? Ha kinyitjuk a hidegben a palackot, hány milligramm levegő fog beáramlani? A levegő moláris tömege 29g/mol . ($87,66\text{kPa}$, $2,32\text{g}$, $327,3\text{mg}$)
5. Egy bizonyos mennyiségű gázt állandó nyomáson összenyomunk majd a gáz állandó hőmérsékleten, kitágul úgy, hogy a gáz végső térfogata megegyezze a gáz kezdeti térfogatával. Ábrázoljátok a folyamatokat ugyanabban a (p,V) , (V,T) és (p,T) síkban.
6. Egy raktárban $2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ nyomású szén-dioxid gázzal feltöltött, 10 literes fémpalackokat tárolnak légkondicionált körülmények között, állandó 16°C -os hőmérsékleten. A raktárosnak folyamatosan ellenőriznie kell, nem szivárog-e valamelyik palack, ezért minden nap megméri a palackokban uralkodó nyomást. Egy alkalommal azt tapasztalja, hogy az éppen vizsgált palackra csatlakoztatott műszer az előző napon mért $2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ -al szemben csak $2,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ nyomást jelez. (A külső légnyomás 10^5 Pa , a szén-dioxid moláris tömege $44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$).
 - a. Hány gramm gáz szivárgott el egy nap alatt a palackból?
 - b. A tömegcsökkenés ütemét állandónak feltételezve becsülje meg, hány napig tartott volna a gázszivárgás, ha a raktáros nem észleli időben a problémát!
7. Egy orvosi fecskendőbe zárt levegő nyomása és térfogata közötti kapcsolatot vizsgáljuk. A fecskendő dugattyúját egy konyhai mérlegre támasztjuk, a másik végét elzárva, különböző térfogatokra nyomjuk össze a bezárt levegőt. A mérlegről leolvasható, hogy az mekkora tömegű test súlyával megegyező nagyságú erővel nyomja a dugattyút. A dugattyú átmérője $19,6 \text{ mm}$. Az egyes térfogatokhoz tartozó, mérleg által mutatott tömegeket az alábbi táblázat tartalmazza:



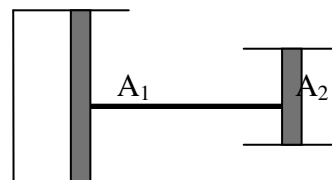
$V \text{ (cm}^3\text{)}$	20	18	16	14	12	10	8	6
$m \text{ (kg)}$	0	0,4	0,8	1,3	2,0	3,1	4,6	7,1

- a. Készítse el a táblázat alapján a folyamat nyomás-térfogat grafikonját! (A külső légköri nyomás értékét vegye 10^5 Pa -nak, és használja a $g = 10 \frac{m}{s^2}$ közelítést!).
- b. A táblázat adatai alapján mit állapíthat meg a nyomás és térfogat kapcsolatáról? (Állítását igazolja egy alkalmasan megválasztott tengelyekkel rendelkező újabb grafikonnal!)
8. Egyik végén zárt, nyitott végével fölfelé álló, függőleges helyzetű, 2 dm^2 keresztmetszetű hengerben 50 kg tömegű, könnyen mozgó dugattyú zár el 80 cm hosszú levegőoszlopot, melynek hőmérséklete 23°C . A légnyomás értékét vegyük 10^5 Pa -nak, és használjuk a $g = 10 \text{ m/s}^2$ közelítést!
- a. Mennyivel mozdul el a dugattyú a hengerben, ha a hengert vízszintes helyzetbe hozzuk, miközben a hőmérséklet nem változik? (20 cm)
- b. Legalább milyen hosszú legyen a henger, hogy ha eredeti helyzetéből állandó hőmérsékleten 180° -kal elfordítjuk, ne essen ki belőle a dugattyú? (134 cm)
- c. Milyen módon lehetne elérni, hogy a henger kezdeti függőleges helyzetében a levegőoszlop hossza annyi legyen, mint az a) kérdésben szereplő vízszintes helyzetben? Adja meg, hogy a gáz melyik állapotjelzőjét, és mennyivel kell megváltoztatni! ($80,5 \text{ K}$ -nel növelni)
9. Egy 100 literes palack oxigént tartalmaz 3 bar nyomáson és 7°C hőmérsékleten. A palackot egy olyan helyiségbe viszik a hol a hőmérséklet 27°C . Hány gramm gázt engedtek ki a palackból, ha a nyomás a palackban $1,5 \text{ bar}$ -ra csökkent? (220 g -ot)
10. A gázszolgáltatók által kiküldött számlák a fogyasztók számára gyakran megfejthetetlen rejtvényt jelentenek, ugyanis a számlák nem a fogyasztásmérőről („gázóráról”) leolvasható átáramlott gáztérfogat, hanem a felhasznált hőmennyiség alapján készülnek. Nyújtson segítséget a gázszámla értelmezéséhez! A gázszolgáltató megadja az úgynevezett „gáztechnikai normál állapotban” lévő gáz fűtőértékét: 1 m^3 15°C -os, $1,013 \text{ bar}$ nyomású gáz tökéletes elégetése 34 MJ hőmennyiség felszabadulását eredményezi. A számlán szintén szerepel az adott időszakban érvényes egységár: 1 MJ hőmennyiség ára 3 Ft . Tegyük fel, hogy a vizsgált fogyasztási helyen a légnyomás értéke átlagosan 1 bar . Előírás, hogy a szolgáltatónak a vezetékekben 25 mbar túlnyomást kell biztosítania. Hány forintot kell fizetni a fogyasztásmérőn átáramló 100 m^3 térfogatú gáz felhasználásáért
- a. télen, amikor a vezetékekben uralkodó hőmérséklet 10°C ,
- b. nyáron, amikor a vezetékekben uralkodó hőmérséklet 20°C ? (télen 10500 Ft , nyáron 10146 Ft)



Nehezebb feladatok

11. Egy zárt edény két egyforma térfogatú részre van osztva egy hővezető fal segítségével. A két részben gáz található $T_1 = 27^\circ\text{C}$ és $T_2 = 127^\circ\text{C}$ hőmérsékleteken. Kezdetben a nyomások aránya $p_1 / p_2 = 3$. Mekkora lesz a nyomások aránya a termikus egyensúly beállta után? (4)
12. Egy 1m hosszú vékony csövet mely mindkét végén nyitott félig egy higanyos edénybe süllyesztenek függőleges helyzetben. A külső nyomás 750 Hgmm. A cső felső végét befogják, és kiemelik a csövet az edényből. Mekkora a csőben maradt higanyoszlop hossza? Megoldási javaslat: a gázok nyomását, valamint a hidrosztatikai nyomást célszerű Hg cm egységekben számolni! (25m)
13. Egy barométer (Toricelli cső) felső részébe egy kis levegő szorult. Egy napon, mikor a hőmérséklet 17°C és a külső nyomás 760 torr, a higanyoszlop magassága 71cm, a levegőoszlop magassága pedig 29cm. Egy más nap mikor a hőmérséklet 27°C , a higanyoszlop magassága 70cm. Mekkora a külső nyomás ebben az esetben? (750 Hg mm)
14. Az ábrán látható rögzített hengeres edények levegőt tartalmaznak normál nyomáson és 27°C hőmérsékleten. Az $A_1=100\text{cm}^2$ és $A_2=50\text{cm}^2$ keresztmetszetű dugattyúkat egy merev rúd köti össze. A jobb oldali gázt 50°C -al felmelegítik. Mennyivel kell megváltoztatni a baloldali gáz hőmérsékletét ahhoz, hogy a dugattyúk ne mozduljanak el? (400°C -al felmelegíteni)



14. Kinetikus gázelmélet

Alapfeladatok

- Azonos nyomáson és hőmérsékleten az oxigén vagy hidrogén molekulák mozognak gyorsabban? Miért?
- Két azonos űrtartalmú tartály héliumot valamint oxigén gázt tartalmaz azonos nyomáson. Melyik gáznak nagyobb a belső energiája? Miért?
- Egy zárt $V=20$ liter térfogatú edény 50g O_2 -t tartalmaz $t=27^\circ\text{C}$ hőmérsékleten. Számítsátok ki:
 - az edényben lévő nyomást
 - a gáz sűrűségét (195kPa)
 - a molekulák termikus (átlagos) sebességét (483,44m/s)
 - a gáz belső energiáját (9,73kJ)
- Egy színültig megtöltött zárt edény 1liter vizet tartalmaz 27°C -on. Mekkora lenne az edényben a nyomás, ha a vízmolekulák közötti kölcsönhatás hirtelen megszűnne? (^1_1H , $^{16}_8\text{O}$, $\rho_{\text{víz}}=1\text{kg/liter}$) (1385 atm)
- Ismerjétek fel azt a gázt melynek normál fizikai körülmények között a sűrűsége 0,174 g/liter. (segítség: ^1_1H , ^4_2He , $^{16}_8\text{O}$, $^{14}_7\text{N}$, $^{40}_{18}\text{Ar}$).

6. Egy zárt edény argont ($^{40}_{18}\text{Ar}$) tartalmaz. A nyomás 6080 torr, az atomok termikus sebessége 600m/s. Határozzátok meg a térfogategységben levő molekulák számát. ($10^{26} \frac{1}{\text{m}^3}$)

15. Hőtágulás

Alapfeladatok

1. Egy 10m hosszú kábel 3 cm-rel nyúlik meg, ha 30 fokkal felmelegítik. Mekkora a kábel hőtágulási együtthatója? ($10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}}$)
2. Egy fémből készült rúd hossza 20 $^\circ\text{C}$ -on 0,5 m. Ha hőmérsékletét 103 $^\circ\text{C}$ -ra emeljük, hossza 50,1 cm-re változik. Egy ugyanebből a fémből előállított lemezbe lyukat vágunk, ennek átmérője 220 $^\circ\text{C}$ -on 60 mm. Mekkora a lyuk mérete 120 $^\circ\text{C}$ -on? (59,86 mm)
3. Egy tárgyat 50 $^\circ\text{C}$ -on egy olyan vonalzóval mérnek meg mely 0 $^\circ\text{C}$ -nál volt beosztva. Mennyivel nagyobb a tárgy valós hossza, ha a mért hossz 76cm? A vonalzó hőtágulási együtthatója 10^{-5}K^{-1} . (0,38 mm).
4. Ahhoz hogy meghatározzák az üveg hőtágulási együtthatóját, egy 200cm³ térfogatú üvegedényt színültig higannyal töltenek meg 0 $^\circ\text{C}$ -on. Felmelegítve a rendszert 100 $^\circ\text{C}$ -ra az edényből kifolyt 3cm³ higany. Mekkora az üveg hőtágulási együtthatója, ha a higanyé $18 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$. ($3 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$)
5. Egy vasúti kocsikerekének sugara 1m 0 $^\circ\text{C}$ -on. Mennyivel több a kerék fordulatszáma 1km távolságon nyáron 25 $^\circ\text{C}$ -on, mint télen -25 $^\circ\text{C}$ -on? A kerék anyagának lineáris hőtágulási tényezője $1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$. (kb 5 fordulat)

16. Kalorimetria, Halmazállapot-változások

Alapfeladatok

1. Milyen tömegarányban kell összekevernünk egy $T_1 = 15^\circ\text{C}$ hőmérsékletű folyadékot egy ugyanolyan $T_2 = 65^\circ\text{C}$ hőmérsékletű folyadékkal ahhoz, hogy a keletkezett folyadék hőmérséklete $T = 45^\circ\text{C}$ legyen? (2/3)
2. 100g 0 $^\circ\text{C}$ -os jéghez legkevesebb mennyi 10 $^\circ\text{C}$ -os vizet kell öntenünk, hogy az egész jégmennyiség megolvadjon? A jég olvadáshője 335kJ/kg, $c_{\text{víz}} = 4190 \text{ J/(kgK)}$ (0,8kg)
3. A fürdőkádban 60 liter 70 $^\circ\text{C}$ -os víz van. Mennyi 0 $^\circ\text{C}$ -os jeget tegyünk bele, hogy 32 $^\circ\text{C}$ -os fürdővizet kapjunk? A hőveszteségeket ne vegyük figyelembe. A víz fajhője 4,2 kJ/kg $^\circ\text{C}$ a jég olvadáshője 335kJ/kg. (20,4kg)

Nehezebb feladatok

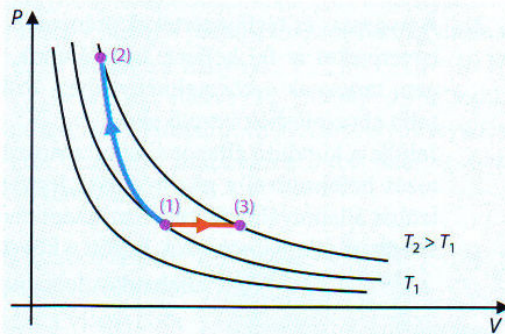
- Összekeverünk $m_1 = 0,4$ kg jeget melynek hőmérséklete $T_1 = -10^\circ\text{C}$, m_2 tömegű $T_2 = 60^\circ\text{C}$ -os vízzel úgy, hogy a közös hőmérséklet $T_0 = 0^\circ\text{C}$ legyen. Határozzátok meg m_2 legnagyobb értékét! Adott $c_{\text{víz}} = 4190 \text{ J/(kgK)}$, $c_{\text{jég}} = 2100 \text{ J/(kgK)}$, a jég olvadáshője 335 kJ/kg . (0,566 kg)
- Egy ismeretlen hőkapacitású, jó hőszigetelő kaloriméterbe 200g tömegű, szobahőmérsékletű (23°C) folyadékot öntünk. 300 W teljesítményű merülőforralóval 1 percig melegítve a folyadékot, hőmérséklete $42,5^\circ\text{C}$ -ra emelkedik. Ha ugyanabból a szobahőmérsékletű folyadékból 300g-ot melegítünk ugyanezzel a merülő-forralóval ugyanannyi ideig, a folyadék hőmérséklete $36,5^\circ\text{C}$ -ra növekszik. Mekkora a folyadék fajhője és a kaloriméter hőkapacitása? ($4102,6 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$, $102,5 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$)
- Hőszigetelt edényben 0,25kg 15°C -os víz van. Ebbe a vízbe 20g havat dobunk. A víz hőmérséklete 5°C -al csökken. Mennyi vizet tartalmazott a hó? (6,8g)
- Egy 460 J/K hőkapacitású kaloriméter $m_1 = 3 \text{ kg}$ vizet tartalmaz $T_1 = 17^\circ\text{C}$ hőmérsékleten. A vízbe egy $m_2 = 3 \text{ kg}$ tömegű $T_2 = 550^\circ\text{C}$ fokra felhevített acéldarabot dobunk. Határozzátok meg mennyi víz párologott el a forró acéldarabbal való érintkezés során, ha a víz végső hőmérséklete $\theta = 50^\circ\text{C}$ lett. A víz fajhője $c_1 = 4180 \text{ J/(kgK)}$, a víz párolgási hője $L = 2,25 \text{ MJ/kg}$, az acél fajhője $c_2 = 450 \text{ J/(kgK)}$. (kb. 170g)

17. A Hőtán főtételei

Alapfeladatok

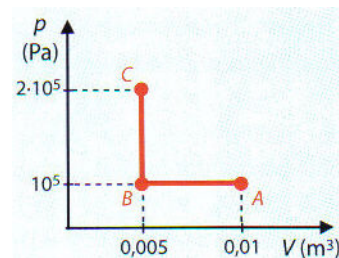
- Egy mól ideálisnak tekinthető kezdetben 300 K hőmérsékletű gázt $3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ állandó nyomáson felmelegítettünk. Ezután a gázt állandó térfogaton eredeti hőmérsékletére hűtöttük le. Az állapotváltozások során a gáz összesen 5 kJ hőt vett fel a környezetétől.
 - Mennyi tágulási munkát végzett a gáz a felmelegítés során? (-5 kJ)
 - Mekkora nőtt a gáz térfogata? (25 liter)
 - Mennyi lett végül a gáz nyomása? (99,81 kPa)
- Tételezzük fel, hogy a teljesen zárt, hőszigetelt szobák levegőjének hőmérséklete 15°C . Becsüljétek meg mennyi hőmennyiség szükséges a szoba levegőjének 25°C -ra való felmelegítéséhez? Ha a fűtőtestekbe 80°C -os víz áramlik be és 30°C -os víz áramlik ki, mekkora mennyiségű víz áramlik át a fűtőtesteken a levegő felmelegítésekor? Feltételezzük, hogy a víz által leadott hő 5%-a melegíti a levegőt. (ha a szoba 50 m^3 térfogatú, akkor $1,7 \cdot 10^5 \text{ J}$ hőmennyiség szükséges melyet $m_{\text{víz}} \approx 16,3 \text{ kg}$ biztosít).
- $V = 2$ liter oxigén, mely normál fizikai körülmények között található, állandó nyomáson $709,3 \text{ J}$ hőt nyel el. Határozzátok meg:
 - hányszorosára változik a gáz térfogata (kétszeresére nő)
 - a gáz által végzett munkát ($-202,8 \text{ J}$)
 - a belső energia változását ($506,5 \text{ J}$)

4. Egy könnyen mozgó dugattyúval ellátott tartályban lévő, ideálisnak tekinthető gáz tulajdonságainak vizsgálata céljából két kísérletet hajtottunk végre. Először a dugattyú gyors betolásával, 400 J munkát végezve melegítettük fel a gázt. A második kísérletben ugyanolyan kezdőállapotból kiindulva igen lassan melegítettük a gázt, közben engedjük, hogy a dugattyú szabadon elmozdulhasson. Azt tapasztaltuk, hogy a gázzal 560 J hőmennyiséget közölve, annak hőmérséklete ugyanannyival változott meg, mint az első kísérletben.



- Vázlatosan ábrázolja p - V állapot síkban egy bejelölt (1) kezdőállapotból kiindulva a gáz két folyamatát jellemző grafikonokat!
 - Mekkora munkát végzett a gáz a második kísérlet során? (160J)
5. Egy zárt edény 14g nitrogén gázt tartalmaz normál nyomáson és $t_1=27^{\circ}\text{C}$ hőmérsékleten. Felmelegítve a gázt a nyomása megkétszereződött. Határozzátok meg:
- a végső hőmérsékletet (327°C)
 - a gáz térfogatát (12,3 liter)
 - a gáz által elnyelt hőt (3,11 kJ)
 - a gáz által végzett munkát (0)
 - a belső energia változását (3,11 kJ)
6. Egy dugattyúval ellátott henger $V=0,1$ liter robbanó gázt ($2\text{H}_2+\text{O}_2$) tartalmaz normál fizikai körülmények között. Ahhoz, hogy begyűjtsák a gázt hirtelen összenyomják 46J munkát végezve. Határozzátok meg a gáz berobbanási hőmérsékletét. (500°C)

7. Normál állapotú héliumgázzal az ábrán látható $A \rightarrow B \rightarrow C$ útvonalhoz tartozó állapotváltozásokat hajtottunk végre.

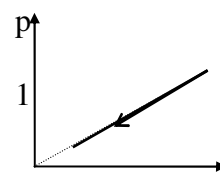


- Nevezze meg, hogy milyen állapotváltozásokat hajtottunk végre a gázzal!
 - Mennyivel változott a gáz belső energiája az $A \rightarrow C$ folyamat során? (nem változott meg)
 - Mekkora munka befektetésével lehet a gázt az A ponthoz tartozó állapotból a C ponthoz tartozó állapotba vinni az ábra szerinti $A \rightarrow B \rightarrow C$ útvonalon? (500J)
 - Jellemezze kvantitatívan hőleadás és hőfelvétel szempontjából a két ($A \rightarrow B$ és $B \rightarrow C$ részfolyamatot). ($Q_{AB}=-1250\text{J}$, $Q_{BC}=750\text{J}$)
8. Felső végén nyitott, függőleges helyzetű, 4 dm^2 alapterületű hengerben 80 kg tömegű, szabadon elmozdulni képes dugattyú zár el 40 liter nitrogéngázt. A gázzal 4,2 kJ hőt közlünk. ($p_0 = 10^5\text{Pa}$)
- Mekkora lesz a gáz térfogata? (50 liter)
 - Hány százalékkal változik meg a gáz hőmérséklete a folyamat során? (25%-kal nő)
 - A megnövekedett térfogatot rögzítve mennyi hőt kell közölni a gázzal, hogy a nyomása másfélszeresére növekedjen? (7,5kJ)

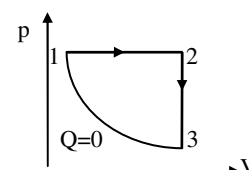
9. Egy 20cm^3 -es fecskendővel levegővel tele szívunk, ezután lezárjuk a végét és a gáz térfogatát lassú összenomással negyedére csökkentjük. Becsüljük meg a végzett munkát (kb. $3,75\text{J}$). Cserél-e a fecskendőben lévő gáz hőt a környezetével? (igen). Ha igen mekkora ez a hőmennyiség? (a gáz lead $3,75\text{J}$ hőt)
10. Egy dugattyús hengerben 5dm^3 oxigéngáz található 17°C -on. A dugattyú nyugalomban van, és súrlódásmentesen mozoghat a hengerben. A külső nyomás a megszokott. Mekkora mennyiségű hőt közölünk a gázzal, hogy a hőmérséklete 50 fokkal megnöjön? ($309,2\text{J}$) Mennyivel nőtt a gáz térfogata ($0,7\text{dm}^3$), mekkora a munkavégzés (-70J) és a belső energiaváltozás ($379,2\text{J}$)?

Nehezebb feladatok

11. Dugattyús hengerben $0,2$ mól háromatomos ideális gáz van 100kPa nyomáson és 15°C hőmérsékleten. A gázt először állandó nyomáson 50°C -al felmelegítjük ($1 \rightarrow 2$) ezt követően állandó térfogaton visszahűtjük eredeti hőmérsékletre ($2 \rightarrow 3$), majd állandó hőmérsékleten visszajuttatjuk a gázt eredeti állapotába ($3 \rightarrow 1$).
- eredetileg mekkora a gáz térfogata? ($4,78\text{ dm}^3$)
 - rajzoljuk meg a körfolyamat (p,V) és (V,T) diagramját
 - számítsuk ki a munkavégzést, valamint a közölt hőmennyiséget és a gáz belsőenergia-változását az $1 \rightarrow 2$ valamint $2 \rightarrow 3$ folyamatokban
 - A gázon végzett munka a $3 \rightarrow 1$ folyamaton $76,6\text{ J}$. Mennyi a gáz belsőenergia-változása, valamint a cserélt hőmennyiség ezen a folyamaton?
 - Összegezzük a belső-energia változást az $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 1$ folyamatokon, értelmezzük az eredményt.
 - Mekkora a dugattyús hengerben lévő gázrészecskék legnagyobb sebessége, ha a gáz moláris tömege 56g/mol .
 - Tételezzük fel, hogy egy termikus motorban a gáz az $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ körfolyamatot írja le. Mekkora a motor hatásfoka?
12. 3 mól oxigén gáz az ábrán látható folyamatot végzi. Hogyan változnak a gáz állapotváltozói? A grafikon alapján milyen törvényszerűséget fedezhetünk fel az állapotváltozók (nyomás, térfogat) között a folyamat során? Ha $p_1 = 4 \cdot 10^5\text{Pa}$, $V_1 = 50\text{liter}$, $p_2 = 10^5\text{Pa}$ számítsátok ki a gázon végzett munkát. ($9,375\text{kJ}$). Mekkora a belsőenergia változás? ($-46,874\text{kJ}$) Mekkora a gáz által cserélt hőmennyiség? ($-37,5\text{kJ}$). Mekkora adódik a gáz fajhője ebben a folyamatban? ($531,83 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$)
13. Egy termikus motorban az ideálisnak tekinthető kétatomos gáz olyan körfolyamatot ír le mely két izochor és két izobár folyamatból áll. A gáz állapotváltozásai 1dm^3 és 2dm^3 térfogat, valamint 1bar és 5bar nyomásértékek között mennek végbe. Mekkora hőmennyiséget vesz fel, valamint ad le környezetének a gáz egy körfolyamatban? Mekkora a hasznos munkavégzés egy körfolyamat alatt? Mekkora lenne az így működő termikus motor hatásfoka? (2750J , 2350J , $14,54\%$)



14. Egy mól kétatomos gáz az ábrán látható körfolyamatot végzi. Tudva, hogy $V_2 = \alpha \cdot V_1$, $p_2 = \beta \cdot p_3$ és ismerve a kezdeti T_1



hőmérsékletet, határozzátok meg a gáz által végzett munkát a $3 \rightarrow 1$ átalakulás során.

$$(W = 2,5 \cdot n \cdot R \cdot T_1 \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right))$$

- 15.** Egy kétatomos gázt felmelegítenek állandó térfogaton úgy, hogy a nyomása háromszorosára nő. Ezt követően a gáz hőcsere nélkül kitágul, míg nyomása az eredeti értékre csökken, majd pedig állandó nyomáson összenyomják a gázt eredeti térfogatra. Határozzátok meg annak a hőerőgépnek a hatásfokát mely a leírt körfolyamat alapján működne! Az adiabatikus folyamat esetén $p \cdot V^\kappa = \text{állandó}$, ahol $\kappa = \frac{f+2}{f}$ az ideális gázok adiabatikus kitevője. (16,58%).

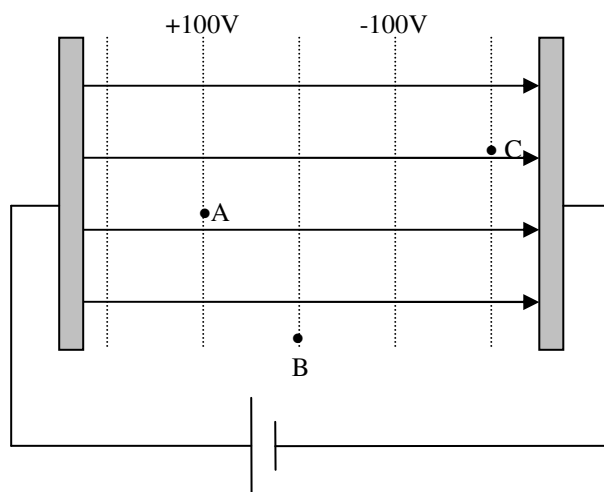
18. Elektrosztatika

Alapfeladatok

1. Egy **10cm**-es szigetelőpálca két végén egyforma tömegű és töltésű fém gömböcskék vannak rögzítve. Mekkora a gömböcskék elektromos töltése, ha a közöttük fellépő elektromos vonzás mértéke **2N**? Mekkora gyorsulással indulna el az egyik gömböcske, ha a rögzítést valahogyan megszüntetnénk? A gömböcskék tömege **30g**. ($1,5 \cdot 10^{-6}$ C, $66,7 \text{ m/s}^2$)
2. Egy kisméretű fémgömb töltése **$3 \cdot 10^{-7}$ C**. Mekkora távolságra található az a pont ahol a télerősség **1600N/C**? Mekkora erő hat e pontba helyezett **$2 \cdot 10^{-5}$ C** nagyságú próbatöltésre? A fémgömbtől mekkora távolságban lenne ez az erő feleakkora? ($1,3 \text{ m}$, 32 mN , az erő fordítottan arányos a távolság négyzetével $\Rightarrow r = 1,3 \text{ m} \cdot \sqrt{2} = 1,84 \text{ m}$.)
3. Egy homogén, **10^4 N/C** erősségű elektromos mezőben egy **elektron 10cm** távolságon mozdul el a télerősségvonalak mentén. Mennyi munkát végzett az elektromos mező? Mennyi az indulási és érkezési pontok közötti elektromos feszültség? (1000 V , $1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$).
4. Egy **$47 \mu\text{F}$** -os kondenzátort **120V** feszültségnél töltünk fel. Hány darab elektrontöbblet van a kondenzátor negatív fegyverzetén? ($3,525 \cdot 10^{16}$ db)
5. Mekkora elektromos erő hat a hélium (${}^2_4\text{He}$) atom egy elektronjára, ha az atommag és elektron átlagos távolsága **10^{-10} m** ? ($4,6 \cdot 10^{-8}$)
6. Lehetséges-e, hogy három fém gömböcske közül bármely kettő vonzzák egymást? Hogyan?
7. Az ábra egy homogén erőteret ábrázol. A mező A és B valamint C és D pontjai egymástól **30cm** távolságra vannak. Az A és B pont közötti feszültség **90V**.

- a. mekkora a mező télerőssége? ($424,26 \text{ N/C}$)
 - b. mekkora a C és D pontok feszültsége? ($127,28 \text{ V}$)
 - c. ha a C pontból egy pozitív **10^{-27} kg** tömegű elemi töltés indul el, mekkora sebességet ér el a D pontba való érkezéskor? ($2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$)
 - d. Ha az A pontot tekintjük viszonyítási pontnak, mekkora a b. pontban említett töltés elektromos energiája az AB szakasz felezőpontjában? ($-7,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$).
8. A Bohr-féle atommodell szerint a hidrogénatom egyetlen elektronja és az atommag közötti elektromos vonzás mértéke **10^{-8} N** . Ebből az adatból számítással becsüljük meg mekkora az atomi átmérő? ($3 \cdot 10^{-10} \text{ m} \cong 3 \text{ angström}$)
9. Egy elektromosan feltöltött ebonit rudat apró papírdarabkákhoz közelítünk. A rúd magához vonzza a papírdarabkákat és egyeseket érintkezés után, eltaszít magától. Magyarázzuk meg a jelenséget!

10. Egy **10nF**-os levegős síkkondenzátort **24V** feszültségű telepre kapcsolunk. Mekkora többlettöltés kerül a kondenzátor fegyverzeteire, ha közben a fegyverzetek közé egy **6** permittivitású szigetelőt csúsztatunk? Ha a kondenzátor fegyverzetei körlapok, mekkora ezeknek az átmérője, ha a távolságuk **3mm**? ($1,2 \cdot 10^{-4} \text{C}$, 2m!)
11. Egy **60cm** hosszú szigetelő pálca végein két pozitív, **10 μ C** nagyságú rögzített ponttöltés található. A rudacska közepén az előző kettővel azonos nagyságú de negatív ponttöltés van rögzítve. Mekkora elektromos erő hat az egyes töltésekre? Mekkora a térerősség abban a pontban mely a rudacska egyik végétől **10cm**-re a másiktól **70cm**-re található? (7,5N, 0N, $8,62 \cdot 10^6 \text{N/C}$)
12. Az ábra egy síkkondenzátor fegyverzetei között létrejövő elektromos mezőt mutatja.
- Milyen tulajdonságokkal rendelkezik ez a mező, mit ábrázolnak a függőleges szaggatott vonallal jelölt síkok? Két ilyen sík között a távolság **1cm**.

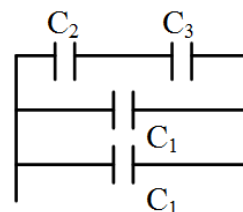
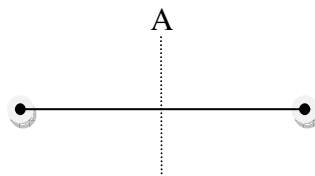


- Mekkora a mező térerőssége? (10^4V/m)
- Egy **elektront** a B pontból egyenes úton a A. pontba, majd az C. pontba szállítunk. Mekkora munkavégzés szükséges ehhez? ($3,2 \cdot 10^{-17} \text{J}$)
- Ha az **elektront** a B pontból elengedjük, merre mozdul el, milyen lesz a mozgása? Mekkora sebességet ér el **2cm**-es út megtétele után? ($8,38 \cdot 10^6 \text{m/s}$)
- Ha a mezőt létrehozó kondenzátor kapacitása **2pF**, a telep feszültsége **500V**, mekkora a fegyverzeteken található töltésmennyiség? (1nC)

Nehezebb feladatok

13. Egy **1m** él hosszúságú négyzet négy csúcsában ugyanakkora **1 μ C** pontszerű töltés található. A szomszédos csúcsokban a töltések előjele különböző. Mekkora erő hat egy pontszerű töltésre? (8,2 mN)
14. Két pontszerűnek tekinthető töltött fémgömb **40 cm** távolságból **$27 \cdot 10^{-9} \text{N}$** nagyságú erővel vonzza egymást. A két azonos méretű gömböt összeérintjük, majd ezután ismét **40 cm**-re távolítjuk őket egymástól. Ekkor **$9 \cdot 10^{-9} \text{N}$** nagyságú erővel taszítják egymást.
- Mekkora egy-egy gömb eredeti töltése? (Az egyik töltés nagysága $12 \cdot 10^{-10} \text{C}$, a másiké $4 \cdot 10^{-10} \text{C}$)
 - Mekkora a térerősség az összeérintés előtt a gömböket összekötő egyenes szakasz felezőpontjában? ($|E| = 360 \text{N/C}$)

15. Két pontszerű pozitív töltés légiűres térben található egymástól **10cm** távolságra. A térerősség a két töltést összekötő szakasz közepén **28,8kV/m** a potenciál pedig **2,88kV**. Határozzátok meg a két töltés nagyságát (12 nC, 4nC)
16. Két pontszerű test melyeknek elektromos töltése **+9μC** és **+4μC** levegőben egymástól **25 cm** távolságra található. Mekkora az elektromos potenciál abban a pontban melyben a két töltés által létrehozott elektromos tér zérus? (900 kV)
17. Egy rögzített **+5μC** pontszerű töltéstől **10cm** távolságra egy **+10nC** töltést szabadon engednek. Mekkora munkát végez az első töltés elektromos tere ahhoz, hogy elmozdítsa a második töltést **50cm** távolságon? Ha a töltés tömege **10⁻¹⁶ kg** mekkora a sebessége az **50 cm-es** táv megtétele után? (3,75mJ, 8,66·10⁶ m/s)
18. Két elektromosan feltöltött fémgömb egymástól és minden más testtől nagyon távol található. Az egyik sugara **R₁=1cm**, elektromos potenciálja **V₁=9000V**, a másiké **R₂=20cm**, **V₂=900V**. Mekkora lesz a fémgömbök elektromos potenciálja, ha összekötjük őket egy nagyon vékony fémszállal? ($V=(R_1V_1+R_2V_2)/(V_1+V_2)=1285,7V$)
19. Egy **Q=+2μC** pontszerű töltéstől **r₁=20cm** távolságra egy kisméretű **m=2g** tömegű és **q= -1μC** töltésű pontszerű test található. A testet egy sugaras irányú **v₀ = 9m/s** sebességgel meglölik. Mekkora maximális **r₂** távolságra távolodhat el a q töltés Q-tól ? (2m)
20. A Bohr-féle atommodell szerint a hidrogénatom egyetlen elektronja alapállapotban **0,529 angström** sugarú körpályán kering. Mekkora az elektron sebessége és mekkora az elektron teljes energiája ebben az állapotban (az atom energiája)? Mekkora energia szükséges az alapállapotú hidrogén atom ionizálásához? (-2,2·10⁻¹⁸J, +2,2·10⁻¹⁸J)
21. Két ponttöltés az ábra szerint rögzítve van légiűres térben. Mindkét töltés **+10μC**. Az A pontból elengedünk egy **-1μC** nagyságú töltést. Milyen lesz a mozgása? Mekkora lesz a töltés legnagyobb sebessége?
22. Egy kondenzátor telep kilenc egyforma **C** kapacitású kondenzátorból áll. A kondenzátorok olyan egyenlő oldalú hatszög oldalai mentén helyezkednek el amelynek egyik csúcsa és a szemközti három csúcsa között egy-egy kondenzátor található. Mekkora a telep eredő kapacitása a leghosszabb átló végpontjai között? (11C/5)
23. Több 10μF-os kondenzátoraink vannak. Hány db. kondenzátort használjuk fel és hogyan kapcsoljuk őket, hogy az eredő kapacitás 17,5μF legyen?
24. Mekkora feszültséget kapcsoljunk a kondenzátor telep sarkaira, hogy a C₃ kondenzátor elektromos töltése **100μC** legyen? Mekkora a C₁ kondenzátor töltése és mekkora össztöltést halmoz fel a telep? **C₁=2μF**, **C₂=5μF**, **C₃=20μF**. (25V, 50μC, 200μC)
25. Egy síkkondenzátor fegyverzetei között levegő található, ekkor a kapacitása **500pF**. A kondenzátort **64V**-os telepre kapcsolják. Mekkora munka árán lehet becsúsztatni a fegyverzetek közé egy **50** permittivitású szigetelőt úgy, hogy teljesen



kitöltse a fegyverzetek közötti térrészt? Mennyivel változik a fegyverzetek töltése? ($5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$, $1,56 \mu\text{C}$ -al nő)

26. Két egyforma $C=8/9 \text{ nF}$ -os levegős dielektrikumú kondenzátort ugyanakkora $U=900 \text{ V}$ feszültségnél feltöltenek. Lekapcsolják a kondenzátorokat a feszültségről, majd az egyiket $\epsilon_r=2$ permittivitású olajba süllyeszti, majd a másikkal párhuzamosan kapcsolják. Mekkora hőenergia szabadul fel az összekötő vezetőkön? ($60 \mu\text{J}$)

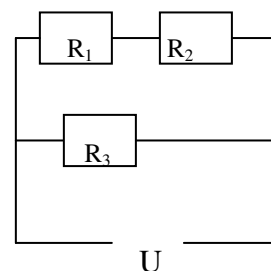
19. Egyenáram

Alapfeladatok

1. Egy mp3-lejátszót tápláló, $1,2 \text{ V}$ feszültséget szolgáltató (mikroceruza) újratölthető akkumulátoron a következő felirat szerepel: **900 mAh**. A műszaki leírás szerint ezzel az akkumulátorral teljes feltöltés esetén **15 óra**n keresztül működtethető a lejátszó.



- Mennyi elektromos energia van felhalmozva a feltöltött akkumulátorban? (3888 J)
 - Átlagosan mekkora teljesítményt vesz fel zenehallgatás közben a lejátszó? (72 mW)
2. Egy elektromos vízmelegítő fűtőszálának teljesítménye **1000 W**. Mennyi idő alatt melegíti fel az **5 kg** tömegű, **20°C** hőmérsékletű vizet **80°C**-ra, ha feltételezzük, hogy a teljes elektromos energia a víz belsejében marad? ($W=P \cdot t$, $Q=m \cdot c \cdot \Delta T$, $Q=W \Rightarrow t=1260 \text{ s}=21 \text{ perc}$).
3. **15 Ω**-os ellenállást készítünk úgy, hogy megfelelő hosszúságú **0,2 mm** vastagságú zománcozott rézvezetéket műanyag hengeres rúdra tekercselünk. Hány méter vezetékre van szükségünk? A réz fajlagos ellenállása **$1,78 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$** . Ha a hengeres rúd átmérője **1 cm**, hány menetet csévéljünk ebből a vezetékből szorosan egymás mellé a kívánt ellenállás eléréséhez? (844 menet)
4. Határozzátok meg a fogyasztók feszültségeit és áramait. **$R_1=300 \Omega$, $R_2=240 \Omega$, $R_3=180 \Omega$** . **$U=27 \text{ V}$** . Mekkora az R_1 teljesítménye, ha rövidre zárjuk az R_3 -as fogyasztót?

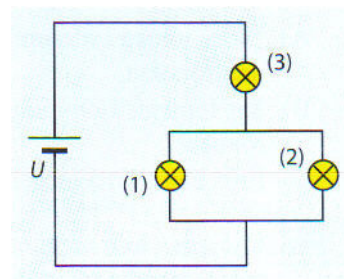
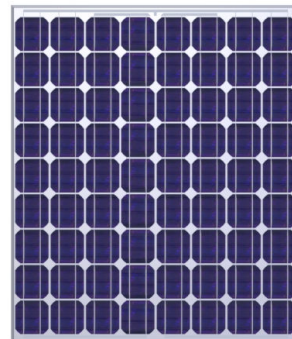


5. Egy karácsonyfaizzó kivezetéseire növekvő feszültséget kapcsolva, mérjük a rajta átfolyó áram erősségét. A mérések eredményeit az alábbi táblázat tartalmazza.

$U \text{ (V)}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1	2	3	4	6	8	10	12	14
$I \text{ (mA)}$	0	16	26	34	39	44	49	54	74	90	105	134	158	181	201	221

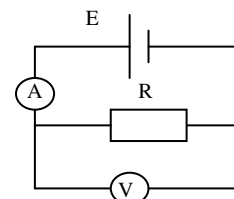
- A táblázat alapján készítse el az izzólámpa áramerősség-feszültség karakterisztikáját!
- Az elkészített grafikon segítségével határozza meg, hogy mekkora teljesítménnyel világít a karácsonyfára helyezett izzósor, mely **18 db** ilyen izzót tartalmaz, és **230 V**-os hálózatról üzemeltetjük? ($48,3 \text{ W}$)

- c. Becsüljük meg, hogy kb. mennyibe kerül ennek az izzósornak az üzemeltetése **karácsony szentestétől vízkeresztig** terjedő időszakban, ha az **első napon délután négytől este tízig**, a többi napokon **reggel nyolctól este tízig** működtetjük! (2008-ban ez az összeg kb.320Ft volt)
6. A napelem gyártás és felhasználás jelenleg erőteljes iramban fejlődik világszerte. A napelemek iránti igényt fokozza a mára egyre elérhetőbb ár, a megbízható minőség és a környezettudatos szemlélet elterjedése is. Legelterjedtebbek a monokristályos szilícium cellákból készült panelek. A KS-175 jelzésű napelem panel munkapontja: **4,9A/37,22V** (ezeknél az értékeknél vehető ki a legnagyobb teljesítmény a panelből). Mekkora a panel egy cellájának átlagos hatásfoka, ha a panel **72db** cellát tartalmaz, egy cella szabályos négyzet alakúnak tekinthető, oldalhossza **5 inch** (coll, hüvelyk). A panel paraméterei **1mW/mm²** Nap-fény teljesítmény mellett vannak megadva. ($1\text{mW/m}^2 = 1\text{ Sun}$ – ekkora teljesítmény fluxus éri a földünket teljes napsütésben..) (15,7%)
7. Egy **110V/25W-os** izzólámpán kisebb erősségű áram halad át, mint a **3,5V-os, 0,3A-es** zseblámpaizzón. Miért ad mégis erősebb fényt? (a zseblámpaizzó teljesítménye $P=U \cdot I=1,05\text{W} < 25\text{W}$, ezért kisebb a fénye)
8. A mellékelt kapcsolási rajz alapján összeállított áramkörben az áramforrás **U= 15 V** állandó feszültséget szolgáltat. Mindegyik izzólámpa **10 V** feszültségre méretezett, és az üzemi **feszültségén 8 W** teljesítménnyel világít.
- a. Mekkora teljesítményt vesznek fel az izzók ebben a kapcsolásban? (2W, 2W, 8W)
- b. Mennyi lesz az izzók teljesítménye, ha a (2)-vel jelölt izzó hirtelen kiég? (Az izzószálak ellenállásának hőmérsékletfüggésétől eltekinthetünk.) (4,5W)
9. **1kWh** elektromos energia ára **28Ft**. Mennyibe kerül, ha a hálózatról egyszerre üzemeltetünk **2 órán** keresztül egy **220V/3A-es** fűtőszálat és egy **220V/150W-os** izzót?
10. **220V-os** hálózathoz csatlakoztatunk két sorba kapcsolt amerikai gyártmányú izzót. Az egyik **110V/100W-os**, a másik **110V/50W-os**. Hogyan világítanak az izzók? (az izzók elektromos ellenállásai: $R=U^2/P$, $R_1=121\Omega$, $R_2=242\Omega$. $U=I \cdot R$, tehát annak az izzónak nagyobb a feszültsége, amelyiknek nagyobb az ellenállása, ezért mivel az izzók feszültségeinek összege 220V, a második izzó feszültsége biztosan nagyobb 110V-nál. Ezért ez az izzó kiég. Ebben az esetben megszakad az áramkör, tehát a második izzó sem fog világítani!)
11. Egy **200Ω** ellenállású huzalt **5** egyforma hosszúságú darabra vágjuk szét. A részeket párhuzamosan összekapcsoljuk. Mekkora az eredő ellenállás? (a darabok elektromos ellenállása $R=200/5=40\Omega$. 5 db párhuzamosan kapcsolt 40Ω-os ellenállás eredő ellenállása $R_e = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R}} = \frac{R}{5} = 8\Omega$)



12. Egy porszívó teljesítménye **1200W**, **220V** feszültség mellett. Mennyivel lesz kevesebb a porszívó teljesítménye, ha a porszívót **50m** hosszú hosszabbítóval **220V**-ra kapcsoljuk? A hosszabbító vezetékének méterenkénti ellenállása **0,1Ω**. (a hosszabbító összesen 100m vezetékből tevődik össze, ezért a hosszabbító összes ellenállása 10Ω. Úgy tekinthetjük, hogy a porszívóval sorba kapcsolunk egy 10Ω-os fogyasztót. A porszívó elektromos ellenállása $R=U^2/P=40,33\Omega$. Az áramkör teljes ellenállása $40,33+10=50,33\Omega$. Az áramkörön folyó áramerősség $I=U/R=220V/50,33\Omega=4,37A$, a porszívó teljesítménye $P=I^2 \cdot R=4,37A^2 \cdot 40,33\Omega=770,64W$! Ez durván 430W-al kevesebb a névleges értéknél.)

13. Ellenállás mérésére az ábrán látható áramkört használják. Leolvassa a két mérőműszer állását és elosztva egymással a két értéket a kapott ellenállás **300 Ω**. Mekkora az R valós értéke, ha a voltmérő ellenállása **2 kΩ** az ampermérő pedig ideális. (353Ω)



14. Egy **3,5V/0,3A-es** zseblámpaizzót **12V-os** akkumulátorról szeretnénk működtetni. Az akkumulátor belső ellenállása elhanyagolhatóan kicsi. Mekkora ellenállásra lenne szükségünk, és mit tegyünk, hogy ez lehetséges legyen? Mekkora az izzó működtetésének hatásfoka? (az izzóval sorba kapcsolunk egy ellenállást. Az ellenállást úgy kell tervezni, hogy a rajta levő feszültség $12V-3,5V=8,5V$ legyen. Mivel az így keletkező áramkör áramerőssége az izzó normál működése mellett 0,3A, ezért a szükséges ellenállás $R=U/I=8,5V/0,3A=28,33\Omega$. Az izzó teljesítménye, ami a hasznos teljesítmény $P_h=U \cdot I=3,5V \cdot 0,3A=1,05W$. Az összes teljesítmény $P_o=U_o \cdot I=12V \cdot 0,3A=3,6W$. A hatásfok $\eta=P_h/P_o=0,29=29\%$.)

15. Egy zsebizzón az alábbi felirat található: **0,64W**, **200 mA**.

- Legfeljebb mekkora feszültséggel üzemeltethetjük az izzót? (3,2V)
- Maximális teljesítményének hány százalékát szolgáltatja az izzó, ha két **1,5V-os** ceruzaelem sorba kapcsolásával nyert **3V-os** feszültségforrásról üzemeltetjük? (Az izzószál ellenállásának hőmérsékletfüggésétől eltekintünk.) (87,9%)
- Egy **4,5V**-ot szolgáltató zsebitelep és egy maximálisan **100Ω**-os változtatható ellenállás áll rendelkezésünkre. Milyen módon lehet ezek felhasználásával üzemi teljesítményen működtetni az izzót? Rajzolja le a kapcsolást, és adja meg, milyen értékre kell beállítani a változtatható ellenállást! (6,5Ω sorba az izzóval)



16. Egy szoba levegőmennyisége **24h** alatt **293MJ** hőenergiát ad le a környezetnek. Mekkora vastagságú legyen az a $1,05 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ fajlagos ellenállású anyagból készített **10,2m** hosszúságú ellenálláshuzal melyet **220V** feszültséggel táplálva állandó hőmérsékletet tart fenn a szobában? (0,95mm)

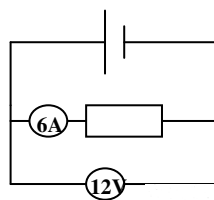
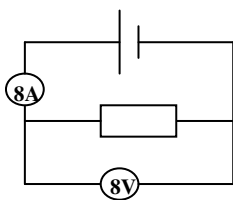
17. Egy **2,5V/0,2A-es** izzót áramkörbe kapcsolunk, és állandó feszültséggel tápláljuk az áramkört. Első esetben az izzóval sorba kapcsolunk egy árammérőt is. Az izzó névleges értékeken működik. Második esetben véletlenül az ampermérőt az izzóval párhuzamosan kapcsoltuk. Az izzó így is névleges értékeken működik. Mit mutat az ampermérő ebben az esetben? Az összekötő vezetékek teljes ellenállása **2Ω**. (0,5A)

18. Egy **500V**-ot szolgáltató feszültségforrásról táplálunk egy **500V/10kW** teljesítményű fogyasztót **2,5km** távolságból. Mekkora a teljesítményvesztés a távvezetéseken, ha a vezetékek vastagsága **1,5 cm**? A távvezetékek rézből vannak melynek fajlagos ellenállása $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$. (211,7W)

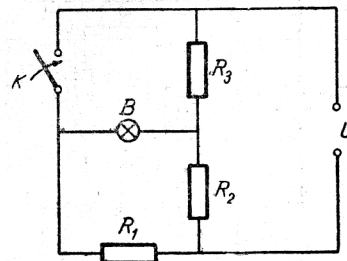
Nehezebb feladatok

19. Egy izzólámpán a következő felirat olvasható: **3,5V/0,3A**. Mi történik, ha az izzót egy **4,5V** elektromotoros erejű és **20Ω** belső ellenállású telepre kapcsoljuk? (Az izzó ellenállása $R=U/I=11,66\Omega$, az áramkörön folyó áramerősség $I=E/(R_b+R)=0,142A$. Az izzó halványan izzik.)
20. Egy fűtőszál ellenállása **100Ω**. Mekkora áram folyik át rajta, ha a generátor feszültsége **220V**, belső ellenállása **20Ω**. Mekkora a fűtőszál teljesítménye, mennyi hőenergiát termel a fűtőszál **egy óra** alatt? (1,833A, 336,11W, 1,21MJ.)
21. Egy egyszerű áramkörbe kapcsolt fogyasztó teljesítménye **9W**. Tudva, hogy az áramforrás elektromotoros feszültsége **10V**, belső ellenállása **1 Ω**, határozzátok meg a kapocsfeszültséget. Értelmezzétek a kapott eredményt. (1V, 9V)
22. Egy szabályos nyolcszög minden egyes oldala, valamint minden egyes átlója egy **10Ω** ellenállású vezeték. Mekkora eredő ellenállást kapunk a leghosszabb átló két vége között? (4,48Ω)
23. Mekkora az energiaszállítás hatásfoka abban az esetben, ha az erőmű által közvetített teljesítmény **U** feszültség mellett **P**, Az energiaszállító vezetékek teljes ellenállása **R**.

$$(\eta = 1 - \frac{P \cdot R}{U^2})$$
24. Egy R ellenállás megmérése egy belső ellenállás nélküli áramforrást és egy voltmérőt valamint ampermérőt használunk. Az ellenállást kétféle képen mérik meg a két ábra szerint. Mekkora R értéke? (1,5Ω)



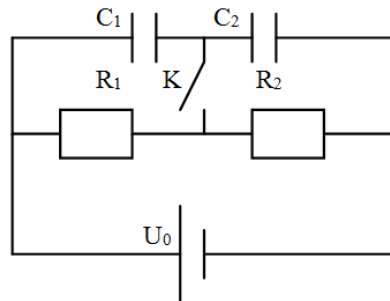
25. Az ábrán látható B betűjelű izzó ugyanolyan fényerővel világít a K kapcsoló nyitott és zárt állása esetén. **$R_1=R_3=90\Omega$, $R_2=180\Omega$, $U=54V$** . Mekkora feszültségen működik az izzó? (6V)



26. Egy egyszerű áramkör **12V** elektromotoros erejű , **2 Ω** belső ellenállású generátorból és egy **8Ω** ellenállású fogyasztóból áll. A generátorral sorba kapcsolunk egy második **6V/2Ω**-os generátort úgy, hogy a generátor azonos előjelű pólusai csatlakozzanak. Mekkora a két áramkör hatásfokainak aránya? (5,76)

27. Egy $R_{AB} = 4\text{k}\Omega$ ellenállású potenciométer sarkaira U feszültséget kapcsolunk. Tudva, hogy a csúszóérrintkező a potenciométer ellenállását $R_{AC} / R_{CB} = 1/2$ arányba osztja, határozzátok meg mekkora ellenállást kell kötnünk a C és B kapcsok közé ahhoz, hogy a feszültség $U_{CB} = U/2$ legyen? ($2,66\text{k}\Omega$)

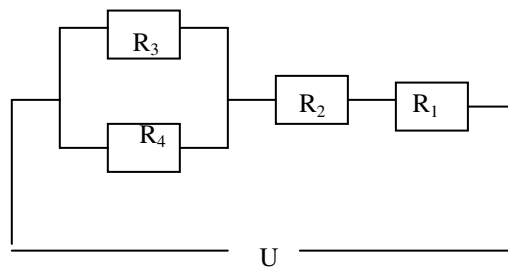
28. A következő áramkörben $C_1 = 1\mu\text{F}$, $C_2 = 3\mu\text{F}$, $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 80\Omega$. $U_0 = 220\text{V}$. Mekkora a kondenzátorok töltése nyitott és zárt kapcsoló esetén? (nyitott K: $q_1 = q_2 = 165\mu\text{C}$, zárt K: $q_1 = 122,2\mu\text{C}$, $q_2 = 293,33\mu\text{C}$)



29. A több, azonos belső ellenállású, 9V elektromos erejű telepet először sorosan, majd párhuzamosan kapcsolva 16Ω ellenállású fogyasztóval terhelünk. Mindkét kapcsolás esetén a fogyasztón átfolyó áram $0,5\text{A}$. Mekkora a telepek belső ellenállása? Hány telepet kapcsolunk össze?
30. Mikor kapunk több fényt: ha két azonos izzólámpát ugyanarra a feszültségre sorosan, vagy párhuzamosan kapcsolunk?

31. Adott a következő áramkör: $R_1 > R_2 > R_3 > R_4$. A rendszerre feszültséget kapcsolunk. Tegyük ki a megfelelő relációjeleket ($>$, $<$, $=$) a következő mennyiségek közé:

U_1	U_2	U_3	U_4
I_1	I_2	I_3	I_4
P_1	P_2	P_3	P_4

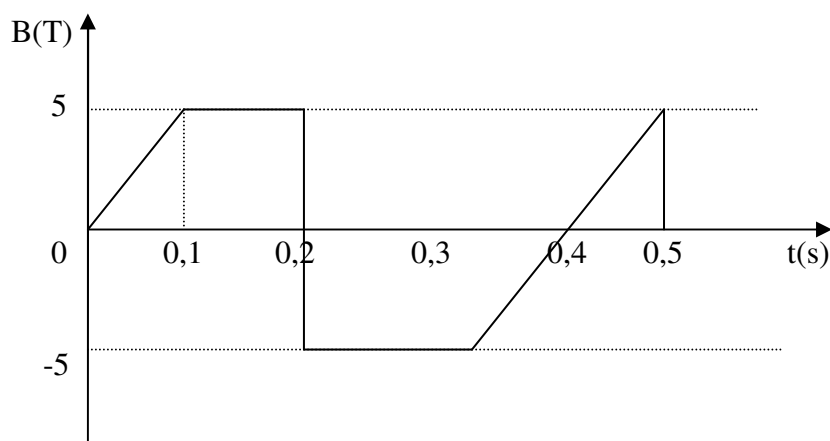


20. Mágneses jelenségek

Alapfeladatok

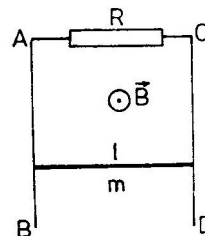
1. Egy magnetométer 4·4cm-es négyzet alakú lapostekercsből áll. A tekercs 500 menet hajszálvékony zománcozott rézvezeték tartalmaz. Ha a magnetométert a földi mágneses mező erővonalai párhuzamosan helyezük el, és 10mA áramot vezetünk bele, akkor a tekercset $1,6 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}$ -es nyomaték forgatja el. Mekkora a földi mágneses mező vízszintes összetevőjének indukciója? ($2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$)
2. Egy egyenes, rézvezető homogén mágneses térben található. A vezető merőleges a mágneses tér erővonalaira, a tér indukciója 8,5 mT. Tudva, hogy a vezető keresztmetszete 1 mm^2 , a réz fajlagos ellenállása $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ és hogy a vezető két végére 5V-os feszültséget kapcsoltunk, határozzátok meg a vezetőre ható erőt. (2,5N)
3. Legyen egy egyenes, hosszú fémvezető valamint egy 100 menetes légmagos tekercs. A tekercs hossza 20 cm. A tekercsben és vezetőben azonos erősségű áram folyik, a tekercs és a vezető egymástól független. A vezetőtől mekkora távolságra lesz ugyanakkora a mágneses indukció, mint a tekercsben?(0,31 mm)
4. Homogén mágneses mezőbe vezetünk 1 kV feszültséggel felgyorsított elektronokat. Az elektronok sebessége merőleges az indukcióvonalakra. A mágneses indukció 1mT. Hány kört tesznek meg az elektronok a mágneses mezőben egy másodperc alatt? Az elektron tömege $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, az elemi töltés $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. ($2,8 \cdot 10^7 \frac{1}{s}$)
5. Egy 5cm·10cm-es téglalap alakú kereten 100 menet vezeték van. A keret homogén 0,5T indukciójú mezőben van, a keret síkja merőleges az erővonalakra. Mekkora feszültség indukálódik a menetekben, ha 0,05s alatt
 - a. megszüntetnénk a mágneses mezőt (5V)
 - b. ellentétesre változtatnánk a mező irányát (10V)
 - c. 30° -al elforgatnánk a keretet egy olyan tengely körül, mely átmegy a keret szimmetriatengelyén. (0,67V)
6. Egy 50 cm hosszú, 60 cm^2 keresztmetszetű, 100 menetes tekercs, tengelyével párhuzamos indukciójú homogén mágneses mezőben van. A mágneses indukció nagysága a kezdeti 0,3T értékről egyenletesen 0,6T-ra változik, iránya pedig ellentétesre fordul. A változás következtében a tekercsben 2V indukálódik. Mennyi idő alatt ment végbe a változás? (270 ms)
7. Mekkora egyenletes sebességgel kell mozgatnunk egy 15cm hosszú vezetőt a 0,5T indukciójú homogén mágneses mezőben az indukcióvonalakra merőlegesen, hogy a vezető végein 200mV feszültség indukálódjon? (2,66m/s)
8. Egy 5cm átmérőjű $2 \Omega/\text{m}$ -es ellenállású vezetékéből hajlított gyűrű egy 3T indukciójú mezőben található. A mező erővonalai merőlegesek a gyűrű felületére. Mekkora a gyűrű fluxusa? Mekkora töltésmennyiség halad át a gyűrű vezetékének keresztmetszetén, ha a mezőt hirtelen megszüntetjük? ($5,9 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$, $1,875 \cdot 10^{-2} \text{ C}$)

9. Egy légmagos tekercs önindukciós együtthatója 20mH , keresztmetszete 40cm^2 és meneteinek száma egy rétegben 1000. Mekkora a tekercs hossza? (25cm)
10. Egy 10cm átmérőjű alumínium karika egy olyan mágneses mezőben van melynek erővonalai merőlegesen szelik át a karikát. A mező változását az idő szerint az ábra mutatja. Ábrázoljátok a karikában indukált feszültséget az idő függvényében!



Nehezebb feladatok

11. Két végtelen hosszú egyenes vezető egymástól 20 cm távolságra van. A vezetők párhuzamosak. A vezetőkön 10A valamint 20A erősségű ellentétes irányú áramok folynak. Mekkora a mágneses indukció a vezetőkől egyaránt 10cm távolságra? ($60\mu\text{T}$)
12. Két végtelen hosszú egymással párhuzamos egyenes vezetők között a távolság 1m . A vezetőkön különböző irányú 2A valamint 3A erősségű áram folyik. Mekkora a mágneses indukció a 3A áramú vezetőtől 20cm , a 2A áramú vezetőtől 80cm távolságra? ($2,5 \cdot 10^{-6}\text{T}$)
13. Egy elektron 10^6 m/s sebességgel egy 4mm szélességű mágneses térbe hatol merőlegesen az erővonalakra. Tudva, hogy a mágneses indukció 1mT határozottak meg mekkora szöggel térül el az elektron a térből való kilépéskor az eredeti mozgásirányához képest. Az elektron fajlagos töltése $17,6 \cdot 10^{10}\text{C/kg}$. ($44,75^\circ$)
14. Egy $m=5\text{g}$ tömegű és $l=50\text{cm}$ hosszúságú egyenes, vízszintes állású vezető súrlódásmentesen csúszhat két függőleges állású egymással párhuzamos fémsínen. A sínek felső végét $R=10\Omega$ -os ellenállás kapcsolja össze. A rendszer vízszintes irányú, homogén, 1T indukciójú mágneses mezőben található. Ha elengedjük a vezetőt, mekkora sebességet ér el a síneken csúszva? (1m/s)



15. 1250m hosszú zománcozott rézvezetékéből 50cm hosszúságú tekercset készítünk úgy, hogy meneteket csévélünk szorosan egymás mellé egy rétegben. A vezeték ellenállása $2\text{k}\Omega$, a réz fajlagos ellenállása $2 \cdot 10^{-8}\Omega \cdot \text{m}$. Mekkora lesz az így készült tekercs

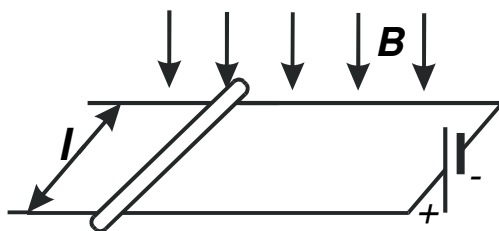
menetszáma? Mekkora a tekercs mágneses indukciója a tekercs hosszanti tengelye mentén, ha a tekercsbe 10A-es egyenáramot vezetünk? Mennyi a tekercs önindukciós együtthatója? (4000 menet, 1mT, 312mH)

16. Egy konyhai papírtörölő hengerének átmérője 4,5 cm, hossza 24 cm. A hengerre 0,4 mm átmérőjű szigetelt rézvezeték csavarunk rá egy rétegben úgy, hogy a menetek szorosan egymás mellé kerüljenek. A felcsavart rézvezeték két végére 4,5 V-os laposelemet csatlakoztatunk. $\rho_{\text{vezeték}} = 0,017 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$.

- Mekkora a felhasznált vezeték ellenállása? (11,6Ω)
- Mekkora a henger belsejében kialakuló mágneses mezőnek a tekercs keresztmetszetére vonatkozó fluxusa? (1,94 μWb)
- Mekkora sebességgel kell a henger palástjára fúrt kis lyukon egy elektront sugárirányban belőni, hogy az 90°-os eltérülést szenvedjen, és egy másik alkalmas helyen kiképzett lyukon kilépjen a hengerből? ($4,87 \cdot 10^6$ m/s)

17. Vízszintes síkban 0,6 m távolságban két fémsín fekszik, melyeket az egyik végükön 12 V elektromotoros erejű, 4 ohm belső ellenállású telep kapcsol össze. Függőleges irányban 0,8 T indukciójú mágneses tér van jelen. A sínekre 288 g tömegű fémpálcát fektetünk. A súrlódás, illetve a sínek és a pálcá ellenállása elhanyagolható. A pálcát elengedjük.

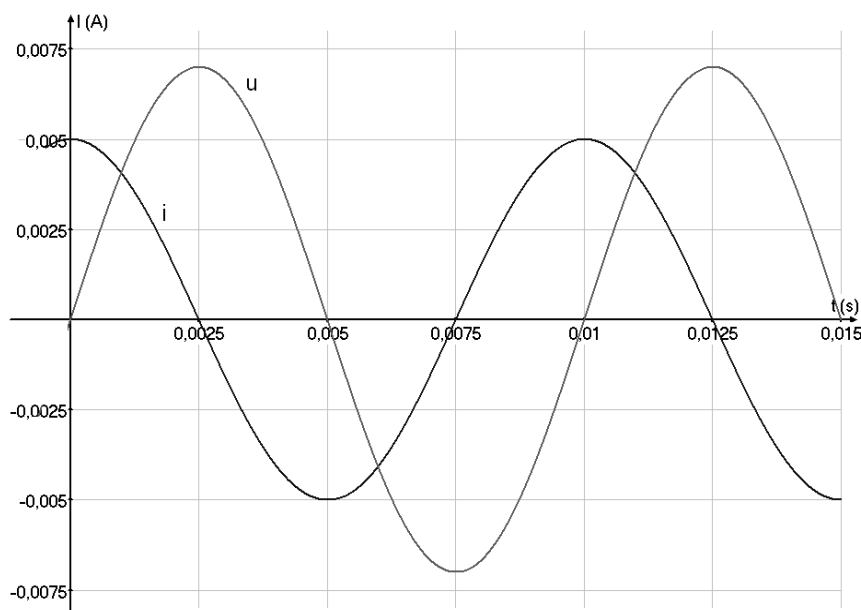
- Mekkora gyorsulással indul el a pálcá?
- Mekkora az a legnagyobb sebesség, amelyre a pálcá felgyorsulhat?



21. Váltóáram

Alapfeladatok

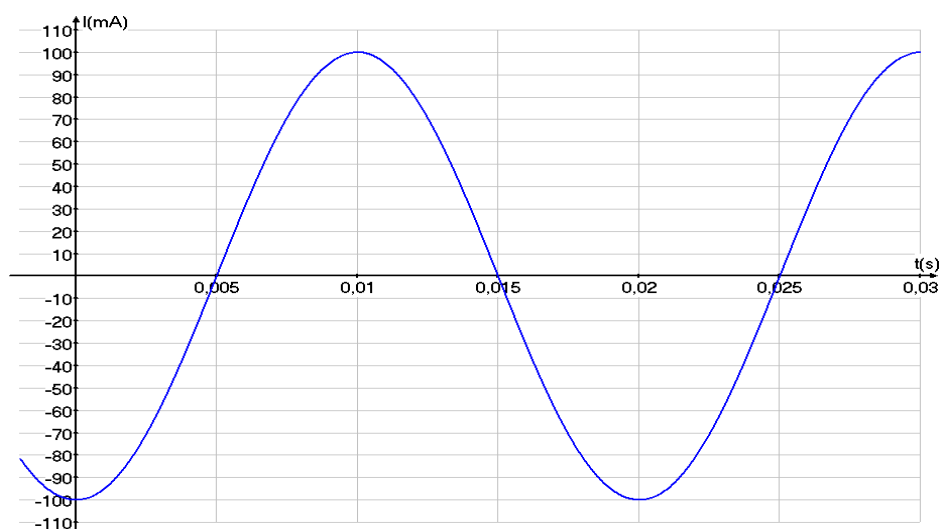
1. A $0,075\text{T}$ indukciójú homogén mágneses mezőben 15cm oldalhosszúságú, négyzet alakú huzalkeret egyenletesen forog. A fordulatszám 300 1/perc , a forgástengely a keret síkjában fekszik, és merőleges az indukcióvonalakra. Mekkora a keret nyitott végei között indukálódó feszültség maximális értéke? Írja fel a feszültség idő függvényét. Ha a feszültségre 100Ω -os ellenállást kapcsolunk mekkora a rajta átfolyó áram effektív értéke? (53mV , $0,374\text{mA}$, $53\text{mV} \cdot \sin(10 \cdot \pi \cdot t)$)
2. Egy elektromos melegítő huzaljának ellenállása 25Ω . A melegítőre egy olyan feszültséget kapcsolnak melynek idő szerinti változása a következő: $u = 120\text{V} \cdot \sin\left(300\frac{1}{s} \cdot t(s) + \frac{\pi}{4}\right)$. Jellemezzük a feszültséget! (maximális érték, effektív érték, frekvencia). Írjuk fel a melegítőn áthaladó áramerősség idő szerinti függvényét! Mennyi hőenergiát ad a melegítő 1h alatt? ($1036,8\text{kJ}$).
3. A grafikon egy váltóáramú fogyasztó feszültségét valamint áramerősségét ábrázolja az idő függvényében. A feszültség effektív értéke 24V .



- a. Milyen fogyasztót kapcsolunk a szinuszos feszültségre? (ohmikus ellenállás, ideális tekercs vagy kondenzátor?) Hogyan viselkedik ez a fogyasztó szinuszos váltakozó áramban?
 - b. Mekkora a feszültség frekvenciája?
 - c. Írd fel az áramerősség – idő függvényét!
 - d. Mekkora a fogyasztó váltóárambéli ellenállása?
4. Egy $5000\mu\text{F}$ kapacitású veszteség nélküli kondenzátorra egy olyan feszültséget kapcsolnak melynek idő szerinti változása a következő: $u = 55\text{V} \cdot \sin\left(3140\frac{1}{s} \cdot t(s)\right)$.

Jellemezzük a feszültséget! (maximális érték, effektív érték, frekvencia). Írjuk fel a kondenzátoron áthaladó áramerősség idő szerinti függvényét! Ábrázoljuk az $u=u(t)$ és $i=i(t)$ függvényeket ugyanabban a koordináta rendszerben!

5. Egy reaktív ellenállású fogyasztóra egy szabályos szinuszos feszültséget kapcsolunk melynek effektív értéke 12V. A fogyasztó áramerősségét a grafikon mutatja. Milyen fogyasztóról van szó? Jellemezzük a fogyasztót! Írjuk fel az áramerősség – idő függvényt! (0,54H induktivitású, ohmikus ellenállás nélküli tekercs, $i = 0,1A \cdot \sin\left(314\frac{1}{s} \cdot t(s) - \frac{\pi}{2}\right)$).



6. A transzformátor 60W-os teljesítménnyel terheli a 230V-os hálózatot. A szekunder körben folyó áram effektív értéke 2,5A. Mekkora a transzformátor menetszámainak aránya? ($U_{sz}/U_p=115/12$)
7. A 230 V-os hálózatról szeretnénk táplálni két váltakozó feszültségre tervezett fogyasztót. Az egyik egy akvárium 12 W teljesítményű vízkeringető berendezése, melynek előírászerű működéséhez 12 V-os feszültségre van szükség. A másik fogyasztó egy szobai vízpárolgató, amely ugyancsak 12 V-ra van méretezve, teljesítménye viszont 42 W. Egyetlen - veszteségmentesnek tekinthető - transzformátorral (adapterrel) kívánjuk megoldani mindkét fogyasztó működtetését.
- Ha a transzformátor primer tekercse 12000 menetű, hány menete legyen a szekunder tekercsnek? (626)
 - Legalább mekkora áramerősséget kell károsodás nélkül elviselnie a primer, illetve a szekunder tekercset alkotó huzaloknak, hogy a két fogyasztót külön-külön, és egyszerre is rákapcsolhassuk a transzformátorra? (0,235A, 4,5A)
 - Mekkora teljesítményt vesz ki a hálózatról a transzformátor, ha a két fogyasztót egyszerre használjuk? (54W)

Nehéz feladatok

8. Egy $R = 1\Omega$ ellenállású és $X_L = \sqrt{3}\Omega$ induktív ellenállású tekercset párhuzamosan kapcsolunk egy $R = 1\Omega$ -os ellenállással. Az áramkört $U = 5$ V effektív értékű szinuszos feszültséggel tápláljuk. Határozzátok meg:
- az áramerősség effektív értékét a főágban és a fáziseltolást az áram és tápfeszültség között

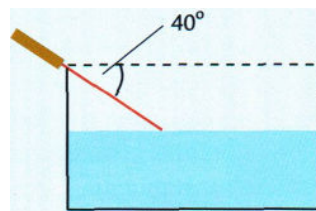
- b.** a hatásos, látszólagos és meddő teljesítményt, ellenőrizték a teljesítmények közötti összefüggést.
- 9.** Egy soros RLC áramkört állítunk össze úgy, hogy sorba kapcsolunk egy $R=21\Omega$ aktív ellenállású és $L=70\text{mH}$ indukciós állandójú tekercset egy $C=82\mu\text{F}$ kapacitású kondenzátorral. A hálózati feszültség frekvenciája 50Hz. , a kondenzátor feszültsége $U_c=310,7\text{V}$. Határozzátok meg az áramerősséget az áramkörben, a tekercs feszültségét, a hálózati feszültséget és a fáziseltolódást.
- 10.** Egy RLC soros áramkör egy $R=10\Omega$ -os ellenállású és $X_L=2\Omega$ induktív ellenállású tekercsből és egy $X_C=1\text{k}\Omega$ kapacitív ellenállású kondenzátorból áll. A hálózati feszültség effektív értéke $U=120\text{V}$. Határozzátok meg az áramerősség effektív értékét az áramkörben, a tekercs és kondenzátor feszültségét az adott frekvencia valamint rezonancia esetén.
- 11.** Egy veszteséggel rendelkező kondenzátort szinuszos feszültségre kapcsolunk. A meddő teljesítmény -100 VAR , a fáziseltolódás az áram és feszültség között 30° , az áramerősség 2A . Határozzátok meg a kondenzátor kapacitív ellenállását.
- 12.** Egy soros áramkör elemei $R = 200\Omega$, $L = 300\text{mH}$, $C = 10\mu\text{F}$. A fáziseltolódás a feszültség és áramerősség között 45° . Határozzátok meg a generátor frekvenciáját
- 13.** Egy párhuzamos áramkör elemei $R=2\text{k}\Omega$, $L=4\text{mH}$, $C=25\mu\text{F}$. Határozzátok meg a generátor frekvenciáját úgy hogy ne legyen fáziseltolódás az áram és feszültség között.

22. Fénytörés, Visszaverődés

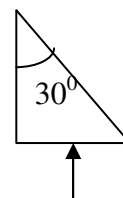
Alapfeladatok

1. Fénynek üvegből levegőbe valóátlépésekor a határszög 42° . Milyen szög alatt lép ki egy 30° -os beesési szöggel érkező fénysugár? ($48,36^\circ$)
2. Víz alatt függőleges oszlop áll, árnyéka **1m**, amikor a napsugarak 45° -os beesési szöggel érkeznek a víz felszínére. Milyen magas az oszlop, ha a víz törésmutatója $4/3$? (1,6 m)

3. Egy **20cm** magas akvárium aljára tükröző felületével fölfelé néző síktükröt fektetünk, majd az akváriumot félig töltjük vízzel, melynek levegőre vonatkoztatott törésmutatója **1,33**. Az akvárium oldalának tetejénél a vízszintessel 40° -os szöget bezáró irányból érkező lézerefénnyel világítjuk meg a víz felszínét.



- a. Kiindulási helyétől mérve, milyen távol éri el ismét a lézerefény az ábrán szaggatott vonallal jelölt síkot? Készítsen ábrát a fény útjáról! (38cm)
 - b. Mennyi idő alatt teszi meg a fény az akváriumba történő belépésétől a szaggatott vonal ismételt eléréséig terjedő utat? (2,1ns)
4. Planparalel üveglemezre 45° -os szögben fénysugár esik. Az üveg törésmutatója **1,5**. Milyen vastag az üveg, ha a fénysugár áthaladás következtében **2cm**-rel tolódik el? (6,06 cm)
 5. Egy prizma egyik oldallapjára merőlegesen beeső fénysugár a másik oldallapon 75° -os törési szöggel lép ki. A prizma anyagának törésmutatója **1,5**. Mekkora a prizma törőszöge? ($40,1^\circ$)
 6. Egy prizma törésmutatója $\sqrt{2}$, törőszöge, pedig 75° . Mekkora lehet az a legkisebb beesési szög melyre a fénysugár, még elhagyja a prizmat a második törőfelületen? (45°)
 7. Egy fénysugár merőlegesen esik az ábrán látható optikai prizmára. Tudva, hogy a prizma üvegének törésmutatója $\sqrt{2}$, határozzátok meg a prizmából kilépő fénysugár szögeltérését a beeső sugárhoz képest. (45°)



Nehezebb feladatok

8. Pistike egy tó fenekén egy érdekes kavicsot pillant meg a sima víztükrön keresztül 60° -os szögben a vízfelszín merőlegeséhez képest. Egy egyenes pálcával utána nyúl, hogy megmozdítsa, és a tó fenekét a kavicsból **0,87m**-re éri el. Milyen mély a tó, ha a víz törésmutatója **1,33**? (1m)
9. Egy $\sqrt{2}$ törésmutatójú üvegből készült félkör alapú egyenes hasáb sík felületére párhuzamos fénysugarak esnek 45° -os beesési szöggel. A sugarak egy a félhenger tengelyére merőleges síkban vannak. A hengeres felület mely részein lépnek ki sugarak a félhengerből?

(Segítség: Rajzoljuk meg a sugármeneteket különböző beeső sugarak esetén! Elegendő csak a hasáb egy keresztmetszetét megrajzolni (félkör). Keressük meg a teljes visszaverődési határokat. $75^\circ < \varphi < 165^\circ$, ahol φ a hasáb sík felülete, valamint egy olyan sík szöge mely tartalmazza a félhenger tengelyét.)

23. Tükrök, Lencsék

Alapfeladatok

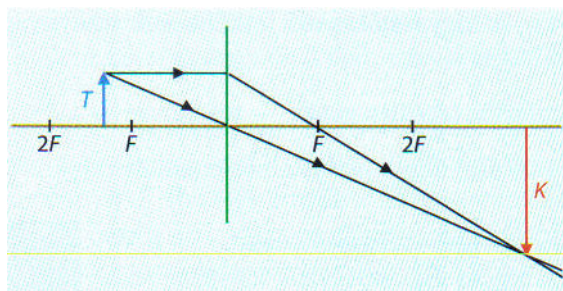
1. Egy homorú **1m** sugarú tükör elé **25cm** távolságra egy **3cm** magasságú gyufaszálat helyezünk a tükör optikai főtengelyére merőlegesen. Méretarányosan készítsék el a képszerkesztést, számítással határozzák meg a kép tulajdonságait. ($R=1\text{m}$, $t=0,25\text{m}$, $T=3\text{cm}$, $k=-0,5\text{m}$, $K=-6\text{cm}$, kétszeresen nagyított egyenes állású látszólagos kép)
2. Egy domború **4m** sugarú tükör elé **50cm** távolságra egy **5cm** magasságú gyufaszálat helyezünk a tükör optikai főtengelyére merőlegesen. Méretarányosan készítsék el a képszerkesztést, számítással határozzák meg a kép tulajdonságait. ($R=-4\text{m}$, $t=0,5\text{m}$, $k=-0,4\text{m}$, $K=-4\text{cm}$, 1,25 szorosan kicsinyített, egyenes állású látszólagos kép.)
3. Legyen egy sík-homorú vékony lencse. A görbült felületének sugara **2m**. A lencse anyagának törésmutatója **1,5**. A lencsén keresztül egy **8cm** magas tárgyat figyelünk meg. A tárgy **6m** távolságra van a lencsétől. Hány dioptriás a lencse, mekkora a fókustávolsága? Méretarányosan készítsék el a képszerkesztést, számítással határozzák meg a kép tulajdonságait. ($-0,25\text{dioptria}$, $f=-4\text{m}$, $t=6\text{m}$, $T=8\text{cm}$, $k=-2,4\text{m}$, $K=-3,2\text{cm}$, látszólagos, egyenes állású 2,5-szörösen kicsinyített látszólagos kép.)
4. Nagypapa szemüvegével a **120cm** magas ablakról éles képet alkotunk az ablaktól **4,5m**-re lévő szemközti falon. Az ablak képének nagysága a falon **15cm**.
 - a. Hány dioptriás nagypapa szemüvege? (2,25 dioptriás)
 - b. Az asztalon van egy gyertya **2m** távolságra a faltól. Hova tehetjük a szemüveglencsét, hogy a falon megjelenjen a láng éles képe? Mekkora lehet a nagyítás? (gyertya-lencse távolság 1,33m vagy 0,667m, nagyítás 0,5 vagy 2)
 - c. Készítsen vázlatos rajzot a b) feladatbeli lehetséges leképezésekről!
5. Egy vetítógép lencséje kétszeresen domború. A felületek görbületi sugarai **30cm** valamint **60cm**. A lencse anyagának törésmutatója **1,5**. A diafilm a lencse előtt **45cm**-re fut. Hány dioptriás a lencse, hová helyezzük a lencse elé a vetítövásznat? Hányszoros nagyítást ad a vetítógép? ($2,5\text{dioptria}$, $f=40\text{cm}$, $t=45\text{cm}$, $k=3,6\text{m}$, a kép valós fordított állású 8-szoros nagyítású $\rightarrow$ gyenge gép!)
6. Egy **30cm** magas tárgyról **6,25 dioptriás** gyűjtőlencsével **7,5cm** magas képet akarunk létrehozni. Milyen távol legyen a lencse a tárgytól? (80 cm)
7. Egy **homorú tükör** görbületi sugara **90cm**. Mekkora tárgytávolság esetén kapunk **háromszoros nagyítású**:
 - a) valós (60 cm)



b) látszólagos képet? (30cm)

8. Egy **1m** görbületi sugarú visszapillantó tükörben egy **2m** magas és **25m** távolságra lévő járművet figyelünk meg. Jellemezzük a tükörben keletkezett képet! (látszólagos, egyenes állású, 49cm-re a tükör mögött, 3,92cm magasságú)
9. Egy **10cm** átmérőjű gömb alakú karácsonyfadísz hányszörora kicsinyít, ha benne **2m** távolságból szemléljük magunkat. (0,0123)

10. Egy gyűjtőlencse az optikai tengelyén álló **5cm** magas gyertyáról ugyanakkora nagyságú képet alkot a lencsétől **40cm** távolságban elhelyezkedő ernyőn.



- a. A gyertyát **12cm**-rel közelebb visszük az ernyőhöz. Milyen irányban és mennyivel kell elmozdítani az ernyőt, hogy ismét éles képet kaphassunk? Mekkora lesz a kép? (az ernyőt 30cm-rel távolítani a lencsétől, tárgymagasság 12,5cm)

- b. Nevezetes sugármeneteket felhasználva, szerkesztéssel kövesse nyomon a lencse képalkotását a második elrendezésben!

Nehezebb feladatok

11. Egy kis izzólámpa **3m** távolságra van a faltól. A **3m**-es szakaszon egy lencsét akarunk úgy elhelyezni, hogy a lámpa **ötszörös nagyítású** éles képét vetítse a falra. A lencsétől milyen távol kell elhelyezni a lencsét, és hány dioptriás legyen a lencse? (0,5 m, - 2,4 dioptria)
12. Egy valós tárgy és domború tükörben alkotott látszólagos képe közötti távolság egyenlő a tükör fókusz távolságával. Mekkora a nagyítás? ($N = - 0,618$)

Optikai Eszközök (emelt szint, versenyfeladatok)

13. Egy optikai mikroszkóp két lencséből áll. Az egyik fénytörő képessége **250dioptria** a másiké **20 dioptria**. Az eszköz asztalkáján található tárgy a tárgylencsétől **4,2mm** távolságra található. A megfigyelő úgy állítja be az eszközt, hogy a képet a szem alkalmazkodás nélkül megfigyelhesse (kép a végtelenben). Határozzátok meg az optikai intervallumot (az objektív képfókusz és az okulár tárgyfókusz közötti táv), a nagyítást és a mikroszkóp hosszát.
14. Legyen egy centrált (azonos optikai tengely) optikai rendszer mely egy szórólencséből és egy gyűjtőlencséből áll. A szórólencse fókusz távolsága **10cm** a gyűjtőlencse fénytörő erőssége pedig **20dioptria**. A lencsék közötti távolság **10cm**. A szórólencse elé, a szórólencse képfókuszába egy pontszerű fényes tárgyat helyezünk.
- a. határozzátok meg a végső kép helyzetét és milyenségét, szerkesszétek meg a sugármenetet
- b. a gyűjtőlencsét a szórólencséhez közelítjük míg a két lencse össze nem ér. Mennyivel mozdul el a tárgy végső képe?
- c. a szórólencse legyen **sík-homorú 1,7** törésmutatójú, a gyűjtő pedig **sík-domború 1,3** törésmutatójú. A görbült törőfelületek sugarai egyformák. Az illesztett lencsék

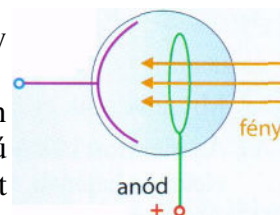
között maradt rést átlátszó folyadékkal töltjük ki. Mekkora legyen a folyadék törésmutatója ahhoz, hogy az illesztett lencserendszer afokális legyen (az egyik lencsére érkező párhuzamos fénynyaláb ugyancsak párhuzamosként távozik) ?

- 15.** Egy csillagászati távcső tárgylencséje **1,25 dioptriás**. Ez a távcső a Hold megfigyelésére van beállítva. Ha a tárgylencse rögzített, merre és mennyivel kell elmozdítani a szemlencsét ahhoz, hogy egy **40 m** távolságra lévő tárgyat figyelhessünk meg? (távolítani 1,63 cm-rel a tárgylencsétől)
- 16.** Egy rövidlátó mely szabad szemmel csak **2m** távolságig lát, egy olyan rövidlátó szemüvegét teszi fel mely **4m** távolságig lát ugyancsak szabad szemmel. Meddig lát el ezzel a szemüveggel az első rövidlátó? (4m)

24. Kvantum mechanika

Alapfeladatok

1. Légüres térben hány darab 520nm-es foton rendelkezik 1mJ összes energiával? ($26 \cdot 10^{14}$)
2. Egy fénynyaláb 10^{14} db fotont szállít másodpercenként. A fénynyaláb teljesítménye 30mW. Mekkora a fény frekvenciája? ($4,43 \cdot 10^{17} \text{ Hz}$)
3. Mekkora annak a fotonnak az energiája melynek ugyanannyi az impulzusa (lendülete) mint egy 50MeV energiájú protonnak? (306MeV)
4. Másodpercenként hány fotont bocsát ki egy 1W-os izzólámpa izzószála, ha a kibocsátott sugárzás átlagos hullámhossza $1\mu\text{m}$ -nek tekinthető? ($5 \cdot 10^{18}$)
5. Határozzuk meg a cink kilépési munkáját, ha tudjuk, hogy a fényelektromos hatást kiváltó foton legnagyobb hullámhossza 300nm. (4,14eV)
6. Bárium esetén a határhullámhossz 550nm. Mekkora a fotoelektronok maximális sebessége, ha a megvilágító sugarak hullámhossza 440nm? ($4,45 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)
7. Egy fotocella katódjának anyagára jellemző kilépési munka 0,392 aJ.
 - a. Mekkora lehet a megvilágító fény hullámhossza, hogy elektronkilépés létrejöhessen? (507,4 nm)
 - b. Mekkora lesz a kilépő elektronok energiája, ha a katódot a piacon vásárolt piros színű lézer fényével világítjuk meg? (Emelt szintű vizsgára készülő társunk a lézerceruza fényének hullámhosszát 640 nm-nek mérte.) (nem lép ki)
 - c. Mekkora feszültségre töltődik fel egy $6\mu\text{F}$ -os kondenzátor, melyet a katód és az anód közé kapcsolunk, ha a fotocellát 400 nm hullámhosszúságú kék színű fényel világítjuk meg? Hány többletelektron lesz a kondenzátor negatív töltésű lemezén? (0,66V, $2,43 \cdot 10^{13} \text{ db}$)
8. Mekkora elektromos potenciálnál szűnik meg az elektronok kilépése a cézium katódból, ha 600nm-es sugarakkal világítjuk meg? A cézium kilépési munkája 1,89eV. (+0,2V az anódhoz képest)
9. Mekkora hullámhossz rendelhető az 1V feszültségnél felgyorsított elektronhoz? Mekkora a hozzárendelt hullámhossz egy 1cm/s sebességgel mozgó parányi 1g-os anyagi pont esetében? ($12,25 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, $6,63 \cdot 10^{-29} \text{ m}$)
10. Mekkora feszültségnél gyorsítsuk fel azt az elektronnyalábot mellyel elhajlásos kísérleteket szeretnénk végezni egy fémes kristályrács párhuzamos kristálysíkjain. A kristálysíkok távolságát tekintjük 0,3nm-nek! ($U > 4\text{V}$)
11. Mekkora gyorsító feszültség szükséges egy Röntgen csőben, ha tudjuk, hogy az elektronok lefékezéséből származó folytonos spektrum legkisebb hullámhossza 20,6pm. (60kV)



Nehezebb feladatok

12. Átlagosan hány foton jut be az emberi szembe másodpercenként egy olyan izzólámpából, mely a szemtől 10m-re van? Az izzó teljesítménye 200W, az izzó által kibocsátott fény átlagos hullámhossza 600nm. A pupilla átmérőjét tekintsük 2mm-nek. A fényszóródás és elnyelődést elhanyagoljuk. ($1,5 \cdot 10^{12} \frac{1}{s}$)
13. Egy fotocella katódját első esetben 440nm, második esetben 680nm-es sugarakkal világítjuk meg. Második esetben a zárófeszültség 3,3-szor kisebb. Mekkora a fotokatód kilépési munkája? (1,39eV)

25. Atomfizika

Alapfeladatok

1. Tekintsünk egy alapállapotba lévő hidrogén atomot. Mekkora energiával gerjesszük az atomot, hogy a kibocsátási színek Balmer sorozatában egyetlen spektrumvonalat figyelhessünk meg? (Balmer-sorozat: színek-vonalak a látható tartományból mely magasabb energiaszintekről ($n=6,5,4,3$) az $n=2$ energiaszintre történő átlépésnél emittálódnak)(12,08eV)
2. Számítsuk ki a hidrogénatom látható színekvonalait! (A hidrogén atom látható vonalai a Balmer-sorozatban találhatók és a következő átmeneteknél emittálódnak: $n = 6 \rightarrow 2$, $5 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 2$) (656nm - vörös, 486nm - világoskék, 434nm - lila, 410nm - lila)
3. A Balmer-sorozat hullámhosszait a Rydberg-féle formulával is megkaphatjuk: $\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$. Határozzuk meg a Rydberg állandó (R) értékét! ($1,0973 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$)
4. Egy alapállapotban lévő hidrogénatomot 20eV energiával ionizálnak. Mekkora lehet a kiszakított elektron legnagyobb sebessége? ($1,5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$)

26. Az atommag fizikája

Alapfeladatok

1. Számítsuk ki az egy nukleonra jutó kötési energiát a $^{56}_{26}\text{Fe}$ izotóp esetén MeV-ban és joule-ban! Az izotóp tömege tömegi egységekben 56,935398.u. (8,57MeV, $\approx 1,37 \cdot 10^{-12} \text{ J}$)
2. Mekkora energia szükséges a $^{12}_6\text{C}$ izotóp 3 db α (^4_2He) részecskére való szétbontásához? Adott: $M_{\text{He}} = 4,0026033 \cdot \text{u}$, $M_{\text{C}} = 12,0 \cdot \text{u}$. Átlagosan mekkora energia jut egy α részecskére? (7,274MeV, 2,425MeV)

3. Ha a $^{14}_7N$ izotópot neutronokkal bombázzuk $^{14}_6C$ izotópot kapunk, mely β^- radioaktív. Írjuk fel az átalakulások egyenleteit! ($^1_0n + ^{14}_7N \rightarrow ^1_1p + ^{14}_6C^*$, $^{14}_6C^* \rightarrow ^{14}_7N + \beta^- + \bar{\nu}$)
4. Határozzuk meg a következő átalakulás megvalósításához szükséges küszöbenergiát!
 $n + ^{12}_6C \rightarrow 3 \cdot \alpha + n$. A szükséges adatokat megtaláljuk az előző feladatokban. (7,9 MeV)
5. Mekkora energia jön létre 2 proton és 2 neutron fúziójából, amikor 1g He jön létre? Mekkora mennyiségű gázolaj elégetéséből nyerhetünk ugyanekkora energiát? A gázolaj égéshője 44,8 MJ/kg ($\Delta E = 27,37 \text{ MeV}$, összesen $4,1 \cdot 10^{24} \text{ MeV} = 6,5688 \cdot 10^{11} \text{ J}$, 14,66 tonna! gázolaj)
6. Deutérium és trícium fúziójából héliumot kapunk. ($^3_1H + ^2_1H \rightarrow ^4_2He$). Számítsuk ki a fúzió során kapott energiamennyiséget kWh-ban! Mekkora energiát kapunk 1kg deutérium - trícium keverék fúziójából? ($7,81 \cdot 10^{-19} \text{ kWh}$, $9,36 \cdot 10^7 \text{ kWh}$)
7. Milyen izotóp jön létre az $^{238}_{92}U$ izotópból két β^- és egy α bomlás után? Írjuk fel a bomlási egyenleteket! ($^{235}_{92}U$)
8. Vizsgáljuk meg a $^{212}_{84}Po$ izotóp stabilitását az α bomlással szemben! Írjuk fel a bomlás egyenletét! Ismertek a következő atommagok kötési energiája: $^{212}_{84}Po$: 1657 MeV, $^{208}_{82}Pb$: 1637 MeV, 4_2He : 28 MeV. ($\Delta E = +8 \text{ MeV} \rightarrow$ a $^{212}_{84}Po$ spontán módon α bomlásra képes!)
9. Egy atomreaktorban naponta egy gramm tömeghiány lép fel a működés közben a $^{235}_{92}U$ hasadási folyamata során. Mekkora elektromos teljesítményt szolgáltat a reaktor, ha 30%-os hatásfokkal működik? (312 MW)
10. Egy atomerőmű fűtőblokkját 60m széles és átlagosan 1m mély csatornában 1m/s sebességgel áramló víz hűti. A víz hőmérséklete a hűtés során 10^0C -al csökken. Az erőmű hatásfoka 40%. A veszteség teljes egészében a hűtővizet melegíti. Mekkora teljesítménnyel szolgáltatja az erőmű az energiát, ha minden más veszteségtől eltekintünk? A víz fajhője: $4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^0\text{C}}$. (1008 MW)

Nehezebb feladatok

11. Az $^{234}_{92}U$ radioizotóp felezési ideje $2,48 \cdot 10^5$ év. Tudva, hogy a Föld életkora kb. $4 \cdot 10^9$ év vizsgáljuk meg, hogy napjainkban maradt-e legalább egy el nem bomlott $^{234}_{92}U$ izotóp! Kiindulásként használjuk a Föld tömegét mely $6 \cdot 10^{24}$ kg. (feltételezzük, hogy létrejöttekor a Földet teljes tömegében csak $^{234}_{92}U$ izotóp alkotja. A radioaktív bomlás törvényét használva azt kapjuk, hogy ennyi sok idő után egyetlen egy izotóp sem marad elbomlatlanul!)
12. Határozzuk meg egy fatárgy korát tudva, hogy a karbon módszerrel történő kormeghatározásban használt $^{14}_6C$ izotóp aktivitása a fatárgy esetében $\frac{3}{5}$ -e egy a kormeghatározás időpontjában kivágott fának. A $^{14}_6C$ felezési ideje 5730 év. (≈ 4223 év)

13. A földből kiszivárgó radioaktív radongáz (^{222}Rn) felezési ideje 3,82 nap. Egy adott radon mennyiség hány százaléka bomlik el 36h alatt? (23,82%)
14. Egy kibányászott uránércben az ^{238}U és ^{206}Pb atommagok számának aránya 2,80. Becsüljük meg az érc korát tudva, hogy az ^{238}U felezési ideje $4,5 \cdot 10^9$ év. (Az ^{238}U bomlási sorozat végén található stabil mag az ^{206}Pb) ($2 \cdot 10^9$ év)
15. Egy ember vérmennyiségét a következőképpen állapították meg. A beteg vérébe 1cm^3 radioaktív $^{24}_{11}\text{Na}$ izotópot tartalmazó oldatot fecskendeztek. 5 óra elteltével vért vettek a betegtől és 1cm^3 vér aktivitása a befecskendezett oldatmennyiség aktivitásának 0,135%-e volt. Ezekből az adatokból határozzuk meg körülbelül hány liter vére van a betegnek? A $^{24}_{11}\text{Na}$ felezési ideje 15,3h. (6 liter)

Állandók:

Planck állandó: $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Elektron nyugalmi tömege: $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Elemi töltés: $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Proton tömege: $1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,00728 \text{ u}$

Neutron tömege: $1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,00866 \text{ u}$

Atomi tömegegység: $u = 1,6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Fénysebesség: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$1 \text{ u} \cdot c^2 = 1,4944 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 935 \text{ MeV}$

Elektron volt: $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

A hidrogén atom energia szintjei: $E_n = -13,6\text{eV} \cdot \frac{1}{n^2}$; $n=1,2,3,4,\dots$

Tartalomjegyzék

1. Egyenletes mozgás	1
2. Egyenletesen változó mozgás	3
3. Egyenletes Körmozgás	7
4. Szabadesés, hajítások	9
5. Newton törvények, Mechanikai erő fajták	12
6. Erőhatások a lejtőn	15
7. Lendület-változás, Lendület-megmaradás.	16
8. Ütközések, lendület-megmaradás, energetikai vizsgálat	17
9. A Merev test egyensúlya	19
10. Tömegvonzás	22
11. Munka , Energia, Teljesítmény	24
12. Harmonikus rezgőmozgás, ingamozgás, hullámok.....	30
13. Gáztörvények	34
14. Kinetikus gázelmélet	36
15. Hőtágulás.....	37
16. Kalorimetria, Halmazállapot-változások.....	37
17. A Hőtan főtételei	38
18. Elektrosztatika.....	42
19. Egyenáram.....	45
20. Mágneses jelenségek	50
21. Váltóáram	53
22. Fénytörés, Visszaverődés	56
23. Tükrök, Lencsék.....	57
24. Kvantum mechanika.....	60
25. Atomfizika.....	61
26. Az atommag fizikája	61

Szerző
Varga Zsolt
2012