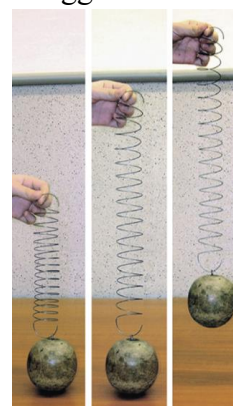


## **Munka , Energia, Teljesítmény**

### **A feladatokat energetikai megfontolással oldjátok meg!**

#### **Alapfeladatok**

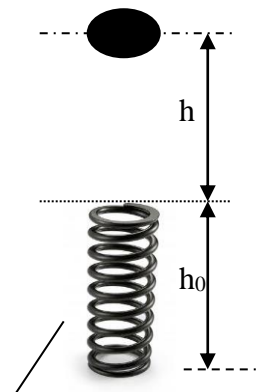
1. Egy 2 kg tömegű kezdetben álló testet  $F = 6 \text{ N}$  erő kezd el vízszintes irányban gyorsítani. Mennyi ideig gyorsította, ha a munkavégzése 36 J volt és a
    - a) súrlódás elhanyagolható? (2 s)
    - b)  $\mu = 0,1$ ? (2,45 s)
  2. Az ábrán látható vízszintes szállítószalag és az 5 kg tömegű test között a súrlódási együttható 0,4. A rugó direkciós ereje 200 N/m. Mennyi rugalmas energia van a rugóban, amikor a test már csúszik a szalagon? (2 J)
- 
3. Mekkora munkavégzés árán tudunk feljutni a 100 m magas és 500 m hosszú lejtő tetejére, ha tömegünk 80kg? (80kJ)
  4. Egy Túró Rudiban található kalóriát felhasználva feljuthatunk-e az Eiffel torony tetejére? A szükséges adatokat (Túró Rudi energiatartalma, Eiffel torony magassága) keressük meg az Interneten. Feltételezzük, hogy a Túró Rudi energiatartalmának 50%-át hasznosíthatjuk a mászáshoz szükséges munkavégzésre. (Igen!)
  5. 50 LE átlagteljesítményű autó mennyi idő alatt érheti el a 100 km/h-s sebességet álló helyzetből, ha a tömege 1 tonna? (1 LE = 1 lóerő = 736 W) (10,5 s)
  6. Mekkora a mozdony átlagteljesítménye, ha az 500 t-s szerelvényt 1 perc alatt gyorsítja 90 km/h sebességre álló helyzetből? (2,6 MW)
  7. Mekkora a súrlódási erő átlagteljesítménye, ha a 36 km/h sebességű, 70 kg tömegű kerékpáros vízszintes terepen 7,5 m csikorgó fékezés után állt meg? (2,3 MW)
  8. Egy 600 kg tömegű, 600 km/h sebességű autót a fékezőernyő 5 s alatt 100 km/h-ra lassít. Mekkora a közegellenállási erő átlagos teljesítménye? (1,62 MW)
  9. A 80 cm-es puskacsövet a 2 dkg-os golyó 500 m/s sebességgel hagyja el. Mekkora a löporgázok átlagos teljesítménye? (781,25 kW)
  10. Vízszintes asztalon 50 kg tömegű ládát csúsztatunk állandó 70N nagyságú, az asztallal párhuzamos húzóerővel. A csúszó súrlódási tényező az asztal és láda között 0,1. Mennyi munkát végzünk 10 s idő alatt, ha feltételezzük, hogy kezdetben a láda nyugalomban volt? Mekkora a súrlódási erő munkavégzése ez idő alatt? Mekkora sebességet ér el a láda? Hogyan érvényesül a munkatétel ebben a folyamatban? (1400J, -1000J, 4m/s)
  11. Felső végénél rögzített 5N/m állandójú rugó alsó végén 50g-os nehezék függ. Mekkora munkavégzéssel lehet a nehezéket 10cm-rel lehúzni? (25 mJ)
  12. Egy  $m=2 \text{ kg}$  tömegű golyót  $D=40 \text{ N/m}$  rugóállandójú rugóval lassan, egyenletesen emelünk föl a padlóról. A rugó eredeti nyújtatlan hossza  $l_0=10 \text{ cm}$ . A rugó felső végét fogjuk, és azt egy méterrel mozdítjuk



fölfelé. Mekkora munkát végzünk és mekkora a nehézségi erő munkája a golyón? (15J, -10J)

13. Egy fonálra kötött, 2 kg tömegű, kezdetben nyugvó testet 80 cm magasra emelünk. A fonálerő 30 N nagyságú.
- Add meg az emelési munkát! (16J)
  - Számold ki az általunk végzett munkát! (24J)
  - Mekkora a gyorsítási munka? (8J)
  - Mekkora lesz a sebesség a végállapotban? (2,83m/s)

14. Az ábrán látható acélból készült függőleges helyzetű D állandójú nyomórugóra h magasságból ráejtünk egy m tömegű fémgolyót. Feltételezzük, hogy a rugó összenyomódása közben a rugó mindvégig függőleges helyzetű marad. Mindenféle fékező hatástól eltekintünk. Vegyük a következő állapotokat:



- A:** a golyó elejtésének pillanata (a rugónak nincs alakváltozása)  
**B:** A golyó szabadesése közben éppen hozzáér a rugó felső végéhez, legyen a golyó sebessége ekkor  $v_0$   
**C:** a golyó nyomja össze a rugót, a golyóra ható eredő erő éppen nulla. Legyen a golyó összenyomódása ekkor  $x$ , a golyó sebessége  $v$ .  
**D:** a rugó összenyomódása éppen maximális, jelöljük ezt  $x_{max}$  - al.

A folyamatot jellemző energiátípusokat jelöljük a következőképpen:

$E$  - a rendszer teljes mechanikai energiája

$E_m$  - a golyó mozgási energiája

$E_h$  - a golyó helyzeti (magassági - gravitációs) energiája az asztalhoz vonatkoztatva

$E_r$  - a rugó energiája

Add meg a rendszer különböző állapotaihoz tartozó összes mechanikai energia kiszámításának összefüggéseit  $m, g, h, h_0, v, v_0, D, x, x_{max}$  függvényében!

( $E_A, E_B, E_C, E_D = ?$ )

Jelöld meg a rendszer mely állapotában maximális a mozgási, helyzeti, rugalmas energia?

Tegyük ki a megfelelő relációs jeleket (<, >, =) a következő mennyiségek közé!

EA ..... EB ..... EC ..... ED

15. Egy cölöpre 2 m magasból szabadon ejtünk egy 5 kg-os kalapácsot. Így a cölöp 10cm-rel befűrődik a földbe. Átlagosan mekkora fékezőerőt fejt ki a föld a cölöpre? (1000N)
16. Egy 12 magas és 16m alapú lejtő csúcsától szabadon csúszik egy 2kg tömegű tárgy. Mekkora sebességgel érkezik a tárgy a lejtő aljára, ha
- súrlódás nélkül csúszik (15,5m/s)
  - súrlódással csúszik, a csúszási tényező 0,2? (13,26m/s)
17. Egy 54km/h sebességű gépkocsi mekkora úton képes megállni a kerekek megcsúszása nélkül, ha a kerekei és út közötti tapadási súrlódási tényező 0,4? (28,12m)

18. Egy 1kg-os tárgyat kiejtenek a 15m magas toronyból. Mekkora magasságban lesz a tárgy sebessége 36km/h? Ha a légellenállást is figyelembe vesszük, mekkora a légellenállási erő munkavégzése, ha a tárgy 15 m/s sebességgel ér földet? (10m, -37,5J)

19. Egy labdát 10m/s sebességgel kidobnak egy 10m magas toronyból. Mekkora a légellenállás munkavégzése, ha a labda tömege 30dkg és 15m/s sebességgel csapódik a földnek? (-11,25J)

20. Egy rugós játékpuska  $900 \frac{N}{m}$  állandójú rugója felhúzásnál

1,5 cm-rel összenyomott állapotba kerül. A puskába betöltött „lövedék” 10g tömegű.

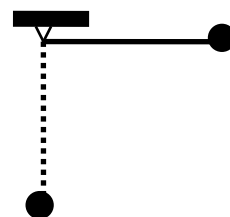
a. Mekkora sebességgel lövi ki a rugó a lövedéket? (4,5 m/s)

b. A kilövés szintjétől számítva milyen magasra emelkedhet a függőlegesen felfelé irányzott puskából kilőtt lövedék? (A légellenállástól eltekinthetünk.) (1m)



21. Függőlegesen fellőtt 1,6kg tömegű lövedék mozgási energiája a talaj fölött 100m magasságban 2 kJ. Mennyit fog még emelkedni a test, mekkora sebességgel lőtték ki? (125m, 67m/s)

22. Egy felső végénél rögzített 2m hosszú fonál másik végén egy 2 kg tömegű golyó van rögzítve. Megfogjuk a golyót és a fonalat kissé megfeszítve kitérítjük a vízszintes helyzetig, majd elengedjük a rendszert. Mekkora sebességgel halad át a golyó a függőleges helyzeten? A légellenállás elhanyagolható! (6,32m/s)



23. A vízszintes pályán haladó autó 12kW átlagos teljesítménnyel növeli sebességét 18km/h-ról 36km/h-ra. A kocs tömege 1,2t. Mennyi ideig tartott a gyorsítás, ha a fékező munka ezen az útszakaszon 5000J? (4,16s)

24. Egy rugó egyik végénél vízszintes helyzetben rögzítve van. Másik végének egy 100g-os kiskocsi ütközik 3m/s sebességgel. Mekkora összenyomódást okoz a kiskocsi a rugónak, ha a rugóállandó 250 N/m. (6cm)

25. Csaba 5 m/s sebességgel meglöki a jégen álló Mátét. Mekkora utat tesz meg Máté a megállásig? Máté tömege 45 kg, a csúszási tényező 0,1. (12,5m)

26. Egy kondicionáló teremben használt rugós expanderben három egyforma, kivehető rugó található. Az egyik sportoló 24 cm-rel tudja megnyújtani az expander három rugóját.

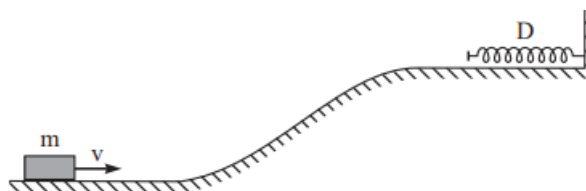
a. Mekkora megnyúlást képes előidézni, ha három helyett csak kettő rugó van az expanderben? (Feltételezzük, hogy mindkét esetben ugyanakkora erővel húzza az expandert.) (36cm)

b. Hogyan aránylik egymáshoz a sportoló által a két esetben végzett munka? (1,5 – szer akkora munka)



27. Egy  $100 \frac{N}{m}$ -es nyomórugót 20cm-rel összenyomunk. A rugó egy 100g-os kiskocsit lök el vízszintes irányban. Mekkora lehet a kocs legnagyobb sebessége, ha

- a. A súrlódástól eltekintünk (6,32 m/s)  
 b. A súrlódási tényező 0,2? (6,26 m/s)



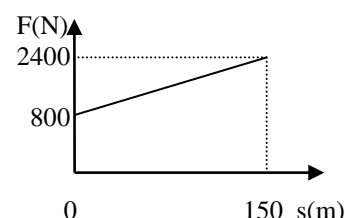
28. Az 5 m/s sebességgel haladó 5 kg tömegű test súrlódás nélkül halad. A 70 cm magas emelkedőn feljutva nekiszalad az 500 N/m rugóállandójú rugónak. Mennyire nyomja össze? (33,2 cm)

## Nehezebb feladatok

29. Oldjuk meg a 3.-as feladatot ugyanazokkal az adatokkal, azzal a különbséggel, hogy a húzóerő  $45^\circ$ -os szöveget zár be az asztal felületével! (220,14J, -200,36J)

30. Mekkora sebességgel halad át egyensúlyi helyzetén az 4. feladatban leírt nehezék, ha legelső helyzetéből szabadon engedik? (1 m/s)

31. Egy autó nyugalomból indul. A motor húzóerejét az ábra szemlélteti. A légellenállásoktól és mindenféle fékező hatástól tekintünk el. Mekkora sebességre gyorsul fel az autó a 150m út megtétele után? Tudva, hogy ez a gyorsítás 13,7s alatt történt mekkora az autó motorjának átlagteljesítménye? Az autó tömege 8 mázsa. (88,18km/h, 19,6kW)



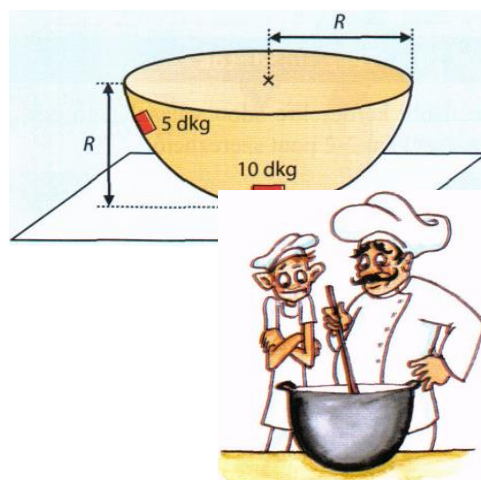
32. 50kg tömegű ládát vízszintes talajon állandó 100N vízszintes erővel kezdünk el húzni. Mekkora munkát végzünk 15s alatt, ha a súrlódási együttható 0,1? Mekkora a gyorsítás hatásfoka? (11,25kJ, 50%)

33. Egy test szabadon esik 68,6m magasságról. Mekkora az a magasság melynél a mozgási energia háromnegyede a gravitációs potenciális energiának? Mekkora a test sebessége ebben a pillanatban? ( $g=9,8\text{m/s}^2$ ) (39,2m, 24m/s)

34. Egy autó egyenletesen mozog 54km/h sebességgel. Az autó teljesítménye állandó, feltételezzük, hogy mindenféle fékező hatást figyelembe véve a sebességgel egyenesen arányos fékezőerővel számolhatunk. Mekkora sebességgel mozog az autó, 30%-al nagyobb teljesítmény esetén? (61,6km/h)

35. Egy testet felfelé csúsztatunk 15 m/s kezdősebességgel egy 12m hosszúságú és  $\alpha$  ( $\sin\alpha=0,6$ ) hajlásszögű lejtő mentén. Tudva, hogy a test éppen hogy felér a lejtő csúcsáig, és onnan visszafordul, bizonyítsátok be, hogy a mozgás súrlódással történik, számítsátok ki a súrlódási együtthatót. (0,42)

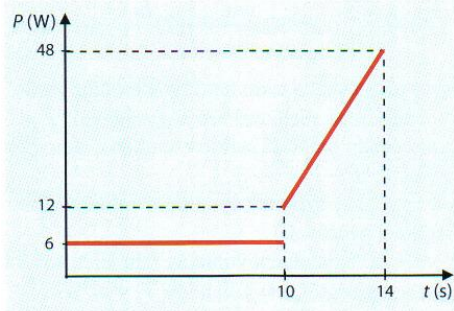
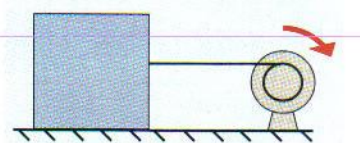
36. Az  $R = 27$  cm sugarú, félgömb alakú rézüst aljára a cukrászmester már bekészített egy 10 dkg-os fagyos vajdarabot, a recept szerint azonban még 5 dkg-ra szükség van: ennek hozzáadását a mester a kuktára bízta. A játékos kedvű kukta a hűtőszekrényből kivett vajdarabkát az üst széléről elengedi, és gyönyörűséggel figyeli, ahogy az leszánkázik, majd



a 10dkg-os darabbal összetapadva felcsúszik az üst szemközti falán. Egy dolog azonban szöveget üt a fejébe: "A vajdarabkák és az üst felülete között a súrlódás elhanyagolható, ezért a rendszerben a mechanikai energiának meg kell maradnia. Az 5 dkg-os vajdarabka kezdeti, R magasságban meglévő helyzeti energiája viszont csak akkor egyezhet meg az összetapadt, háromszor akkora tömegű vajdarabnak a felcsúszás végén adódó helyzeti energiájával, ha a 15 dkg-os darab  $\frac{R}{3}$  magasságba emelkedik fel. Ezzel szemben akárhányszor próbálkozom, a 15 dkg-os „vajszánkó” sohasem éri el ezt a magasságot!"

- Hol a hiba a kukta gondolatmenetében?
- Legfeljebb milyen magasra csúszhatnak fel az összetapadt vajdarabkák az üst falán? (3cm)

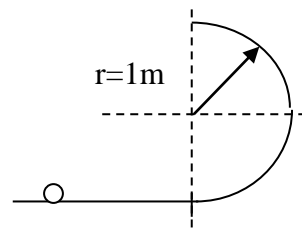
37. Egy 200 kg tömegű ládát elektromos motorral meghajtott, kétfokozatú csörlő segítségével a talajjal párhuzamosan futó kötéllel vontatnak. Amikor a csörlő az első fokozatban működik, a láda egyenletesen csúszik a talajon  $20 \frac{cm}{s}$  nagyságú sebességgel. Tíz másodpercen keresztül így vontatják a ládát, majd a magasabb fokozatba kapcsolják a csörlőt. Ettől kezdve kétszer akkora erővel történik a vontatás, mint az első fokozatban ennek következtében a láda 4s alatt  $80 \frac{cm}{s}$  nagyságú sebességet ér el.



- Mekkora munkát végzett a ládára ható súrlódási erő a mozgás 14 másodperce alatt? (-120J)
- Veszteségmentes működést feltételezve ábrázolja a csörlőt hajtó elektromotor által felvett elektromos teljesítmény időbeli változását a vontatás kezdetétől a tizennegyedik másodperc végéig terjedő intervallumban!

38. Függőleges helyzetben alátámasztott 20 N/cm állandójú súlytalannak tekinthető nyomórugóra, annak szabad végétől mért 1,8m magasságból, 0,4 kg tömegű testet rádobunk a rugóra. Mekkora  $v_0$  kezdősebességgel kell a testet indítanunk, hogy a rugó 20 cm-rel összenyomódjon? (12,64 m/s)

39. Minimálisan mekkora sebességgel kell indítani az ábra szerinti tekepályán a súrlódás nélkül mozgó golyót, hogy sehol sem váljon el a pályától? (7m/s)



40. Egy 1t tömegű teherautó kikapcsolt motorral 54km/h állandó sebességgel gurul le a 4m magas és 100m hosszú emelkedőről. Mekkora motorteljesítmény szükséges ahhoz, hogy a teherautó ugyanakkora sebességgel felfelé haladjon a lejtőn? (12kW)

41. Egy 1200 kg-os autó nyugalomból indulva 15s alatt felgyorsul 100 km/h sebességre. A légellenállást is figyelembe véve tekintsük a mozgást egyenletesen gyorsulónak, a gyorsulás  $4m/s^2$ . Az autó alaki tényezője 0,3, homlokfelülete  $3 m^2$ , a levegő sűrűsége  $1,3 kg/m^3$ , feltételezzük, hogy szélcsend van. Mekkora motorteljesítmény szükséges ehhez? (62,45 kW=84,91LE)

42. Egy 0,6 m sugarú gömb tetején egy kis golyót elengedünk. A gömb tetejétől számítva milyen magasságban hagyja el a gömböt a golyó? A súrlódástól eltekintünk. (0,2m)
43. 80kg-os síelő 50m magas és 2000m hosszú lejtőről csúszik le szabadon, hajtás nélkül. A lejtő vízszintes szakasszal folytatódik. Mekkora úton áll meg a síelő a vízszintes szakaszon, ha feltételezzük, hogy a csúszó súrlódási tényező mindenhol 0,02 és azt, hogy a síelő nem veszít a sebességéből a vízszintes szakaszra való átmenetkor. (kb. 500m)
44. Egy négyzet alapú egyenes hasáb tömege 40kg. A hasáb magassága 80cm, alapjának éle 60cm. A hasáb a négyzetlapján nyugszik egy vízszintes felületen. Mekkora munka árán lehet felborítani a hasábot (egyik alapéle körüli elforgatással)? (40J)
45. Az ábrán egy 50 kg tömegű szánkó sebesség-idő grafikonja látható. A szánkó és a talaj közötti csúszási súrlódási együttható 0,15.
- Ábrázoljuk a húzóerőt az idő függvényében!
  - Mekkora munkát végzett a húzóerő 10 s alatt? (4800J)
  - Mekkora a súrlódási erő által végzett munka 10 s alatt? (-3600J)
46. Egy testet 50cm hosszú fonalra függesztünk. Mekkora vízszintes irányú sebességgel kell meglökni, hogy átforduljon függőleges helyzetén? (5m/s)

